Sieb des *Eratosthenes* (Primzahlsieb)

Wir starten mit allen natürlichen Zahlen größer als 1 und betrachten $p_1 = 2$ als erste „siebende“ Zahl. Wir belassen sie im Sieb, streichen („sieben“) aber alle Vielfachen von p_1. Das eliminiert alle geraden Zahlen größer als 2. Die kleinste nicht gestrichene Zahl größer als p_1 ist daher $p_2 = 3$. Sie verbleibt im Sieb und ist die nächste siebende Zahl. Wir streichen aus der Liste der noch im Sieb befindlichen Zahlen alle Vielfachen von p_2, und betrachten wiederum die kleinste überlebende Zahl größer als p_2 als nächste im Sieb verbleibende und siebende Zahl p_3 (es ist $p_3 = 5$). Führt man dieses Verfahren fort, erhält man die Folge von Zahlen P = 2, 3, 5, 7, 11, …, die genau die Folge der Primzahlen ist. Die Folge der Primzahlen < 100 ist

P = 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, …

Lucky Numbers

Wir starten mit allen natürlichen Zahlen, einschließlich der 1. Sie (die Eins) ist die erste „glückliche“ Zahl, $p_1 = 1$. Zunächst streichen wir alle gerade Zahlen. Damit ist die kleinste nicht gestrichene Zahl größer als 1 die Zahl $p_2 = 3$. Sie ist „siebende“ Zahl, und zwar in der Weise, dass jetzt jede dritte im Sieb verbliebene Zahl gestrichen wird. Die Zählung beginnt jeweils am Anfang bei 1, so dass in diesem Schritt die Zahlen 5, 11, 17, usw. eliminiert werden. Die kleinste überlebende Zahl größer als 3 ist $p_3 = 7$, woraufhin jede siebte im Sieb verbliebene Zahl gestrichen wird, beginnend mit der Zahl 19. Die so erzeugte Zahlenfolge L = 1, 3, 7, 9, 13, … ist die Folge der „glücklichen Zahlen“ oder *Lucky Numbers*. Die Lucky Numbers < 100 sind

L = 1, 3, 7, 9, 13, 15, 21, 25, 31, 33, 37, 43, 49, 51, 63, 67, 69, 73, 75, 79, 87, 93, 99, …

Hawkins Primes

Wie beim Sieb des *Eratosthenes* starten wir mit allen natürlichen Zahlen größer als 1. Wir betrachten $p_1 = 2$ als erste „siebende“ Zahl und streichen im ersten Schritt alle im Sieb verbliebenen Zahlen, unabhängig voneinander, mit der Wahrscheinlichkeit $1/p_1$. Die kleinste im Sieb verbliebene Zahl größer als p_1 sei p_2. Sie ist die nächste siebende Zahl – das heißt, wir streichen mit der Wahrscheinlichkeit $1/p_2$ alle noch im Sieb befindlichen Zahlen. Wir erhalten p_3 als kleinste im Sieb überlebende Zahl größer als p_2, sieben jetzt mit der Wahrscheinlichkeit $1/p_3$ usw. Die im Sieb verbliebenen Zahlen nennen wir die *Hawkins Primes*. Es ist klar, dass jeder Siebvorgang mit großer Wahrscheinlichkeit eine andere Folge H von Hawkins Primes erzeugt: Hawkins Sieb ist *nicht-deterministisch.* Eine vom Computer generierte Folge von Hawkins Primes ist z. B.

H = 2, 6, 7, 8, 13, 15, 18, 20, 28, 30, 33, 35, 38, 40, 41, 52, 60, 62, 63, 66, 71, 73, 76, 80, 88, …