

* Messungen in Anlehnung an eine Arbeit von Richard F. Voss und John Clarke¹: »1/f noise in music: Music from 1/f noise«.

1. Rauschen

Mit Rauschen bezeichnet man zufällige Schwankungen einer physikalischen Größe. Die Bezeichnung „zufällig“ verleitet zu der Vorstellung, alle derartige Fluktuationen erfolgten völlig unregelmäßig. Das ist jedoch nicht der Fall. Man unterscheidet verschiedene Arten der Unregelmäßigkeit. Zunächst gibt es das Rauschen, bei dem die Schwankungen zu keinem Zeitpunkt von den vorangegangenen Fluktuationen abhängen. Es heißt „weißes“ Rauschen und entspricht in der Tat dem Fall „völlig unregelmäßig“. Zerlegt man weißes Rauschen nach Fourier, stellt sich heraus, dass alle Frequenzen mit der gleichen Intensität vertreten sind. Ein Beispiel für weißes Rauschen ist das thermische Rauschen, das durch die unregelmäßige Bewegung der Elektronen in einem elektrischen Widerstand zustande kommt.

Von anderer Art sind Fluktuationen, deren Verlauf sehr stark von den Fluktuationen zu einem früheren Zeitpunkt abhängt. Dieses Rauschen entspricht der Brownschen Bewegung von Schwebeteilchen in einer Flüssigkeit. Die Moleküle der Flüssigkeit sind ständig in Bewegung. Sie stoßen sich gegenseitig und treffen dabei auch auf die Schwebeteilchen. Die angestoßenen Teilchen legen einen Weg zurück, dessen Länge beispielsweise von ihrer jeweiligen Position abhängt. Sie erinnern sich sozusagen an den Ort, an dem sie vorher gewesen sind. Ein akustisches Signal, dessen Intensität nach Art der Bewegung von Schwebeteilchen zeitlich schwankt, wird Brownsches Rauschen genannt.

Weißes und Brownsches Rauschen sind, was die Art der Schwankungen betrifft, die Extremfälle „unregelmäßig ohne Gedächtnis“ beziehungsweise „unregelmäßig mit Gedächtnis“. In der Physik spricht man von „unkorreliert“ beziehungsweise „stark korreliert“. Zwischen diesen Extremen gibt es ein Rauschen, das in elektronischen Bauelementen, zum Beispiel Vakuumröhren, Funkel-Rauschen genannt wird, aber auch in der Natur auftritt. Der Hochwasserstand des Nils schwankte beispielsweise vor dem Bau des Assuan-Staudamms auf diese Art. Man bezeichnet dieses Rauschen heute in der Regel als 1/f-Rauschen – der Name entspricht seiner spektralen Leistungsdichte, die umgekehrt proportional zur Frequenz f abfällt. Mehr zur spektralen Leistungsdichte weiter unten. Es ist dieses Rauschen, das Richard F. Voss in den Lautstärke- und Melodiefluktuationen von Musik (und Sprache) entdeckte¹ – und von dem hier die Rede sein soll.

2. Spektrale Dichte und zeitliche Korrelation

Die spektrale Leistungsdichte oder kurz spektrale Dichte $S_V(f)$ einer fluktuierenden Größe $V(t)$ ist ein Maß für ihr zeitlich gemitteltes Quadrat $\langle V^2 \rangle$ in einem infinitesimal kleinen Frequenzintervall bei der Frequenz f . Die Mittelung erfolgt über eine Zeitspanne, die groß ist gegenüber der längsten Periode der Fluktuation. Man misst $S_V(f)$, indem man $V(t)$ ein Filter mit der Mittenfrequenz f und der Bandbreite Δf durchlaufen lässt, das Signal am Ausgang des Filters quadriert und den zeitlichen Mittelwert des Quadrats durch Δf dividiert. Ist $V(t)$ eine elektrische Spannung, ergibt sich $S_V(f)$ in der Einheit Volt zum Quadrat dividiert durch Hertz. $S_V(f)$ stellt die Verteilung der Frequenzen dar, die bei der Fourieranalyse von $V(t)$ zutage treten.

Eine weitere Größe, die das zeitlich gemittelte Verhalten von $V(t)$ charakterisiert, ist die Autokorrelationsfunktion $\langle V(t) V(t + \tau) \rangle$. Sie ist ein Maß dafür, wie stark die Fluktuationen zur Zeit t und $t + \tau$ übereinstimmen und damit ein Maß für die Selbstähnlichkeit des Signals. Ist $\langle V(t) V(t + \tau) \rangle$ unabhängig von t , hängt also nur von der Zeitdifferenz τ ab, bleibt der Grad der

Selbstähnlichkeit für alle Zeiten t erhalten. In diesem Fall wird die Fluktuation von einem stationären stochastischen Prozess erzeugt.

Die Größen $S_V(f)$ und $\langle V(t)V(t+\tau) \rangle$ sind nicht unabhängig voneinander, sondern durch die Wiener-Chintschin-Relationen verknüpft. Sie lauten

$$(1) \quad \langle V(t)V(t+\tau) \rangle = \int_0^\infty S_V(f) \cos(2\pi f \tau) df$$

und

$$(2) \quad S_V(f) = 4 \int_0^\infty \langle V(t)V(t+\tau) \rangle \cos(2\pi f \tau) d\tau.$$

Viele zeitlich fluktuierende Größen können durch einen einzigen Parameter τ_c , die Korrelationszeit, charakterisiert werden. In diesem Fall ist $V(t)$ mit $V(t+\tau)$ korreliert für Parameterwerte τ , deren Betrag klein gegen τ_c ist, und ist unabhängig von $V(t+\tau)$ für Werte betragsmäßig groß gegen τ_c . Beispielsweise ist

$$(3) \quad \langle V(t)V(t+\tau) \rangle = \langle V^2 \rangle \exp(-|\tau|/\tau_c).$$

Aus Gleichung (2) folgt dann, dass $S_V(f)$ frequenzunabhängig („weiß“) ist im Frequenzbereich, der Zeitspannen entspricht, in denen $V(t)$ unkorreliert ist, also für $f \ll 1/2\pi\tau_c$, und dass $S_V(f)$ eine schnell abfallende Funktion der Frequenz ist, zum Beispiel proportional zu $1/f^2$, in dem Bereich, in dem $V(t)$ korreliert ist, also für $f \gg 1/2\pi\tau_c$. Zusammengefasst gilt also

$$(4) \quad S_V(f) = \left\{ \begin{array}{l} \text{unabhängig von } f \leftrightarrow V(t) \text{ unkorreliert} \\ \propto 1/f^2 \leftrightarrow V(t) \text{ korreliert} \end{array} \right\} \text{ für } \left\{ \begin{array}{l} f \ll 1/2\pi\tau_c \\ f \gg 1/2\pi\tau_c \end{array} \right\}.$$

Beispiele, die den Zusammenhang zwischen einer Korrelationsfunktion nach Gleichung 3 und dem Verlauf von $S_V(f)$ zeigen, sind im Anhang aufgeführt. Eine Größe mit einer spektralen Dichte proportional zu $1/f$ kann nicht durch eine einzige Korrelationszeit charakterisiert werden. Eine $1/f$ -Dichte enthält eine breite Verteilung von Korrelationszeiten – und zwar so, dass $V(t)$ korreliert ist für alle Zeiten, die dem Frequenzbereich entsprechen, in dem $V(t)$ das $1/f$ -Verhalten zeigt². Ist beispielsweise $S_V(f)$ bis hinunter zu Frequenzen f von der Größenordnung 0,0005 Hz proportional zu $1/f$, folgt daraus, dass $V(t)$ korreliert ist für Zeiten bis zu etwa $1/2\pi f \approx 300$ s oder etwa 5 min. Als grobe Regel gilt

$$(5) \quad S_V(f) \propto 1/f \leftrightarrow V(t) \text{ korreliert für } t \approx 1/2\pi f.$$

Im Allgemeinen bedeutet eine negative Steigung der spektralen Dichte $S_V(f)$ einen gewissen Grad von Korrelation in $V(t)$ über Zeitspannen von $1/2\pi f$ hinweg. Ein steiler Abfall entspricht einem höheren Korrelationsgrad als ein flacher Abfall. Eine Größe mit einer spektralen Dichte proportional zu $1/f^2$ ist daher stark korreliert.

3. $1/f$ - Rauschen in Musik (und Sprache)

Dass es zwischen Rauschen und Musik (und Sprache) eine interessante Beziehung gibt, hat Richard F. Voss entdeckt und untersucht¹. In seinen Experimenten geht es um die zeitlichen Fluktuationen der Lautstärke und der Tonhöhe des akustischen Signals, das mit der Musik oder Sprache übertragen wird. Die momentanen Werte von Lautstärke und Tonhöhe lassen sich aus dem Verlauf der elektrischen Spannung $V(t)$ bestimmen, die ein Mikrofon (einschließlich Verstärker) bei der Aufnahme von Musik oder Sprache liefert. Die Lautstärke entspricht der Leistung des Signals. Da

$V(t)$ die Spannung am Ausgang des Mikrophonverstärkers ist, lässt sich $V^2(t)$ als Maß für die Leistung heranziehen. Das heißt, $V^2(t)$ folgt im Wesentlichen der Lautstärke des Musikstücks.

Die Tonhöhe, die zweite interessierende Größe, ist die momentane Frequenz des Signals $V(t)$. Als Maß für diese Größe benutzt Voss die Nulldurchgangsrate (engl. zero crossing rate) Z des Audiosignals $V(t)$. Ein Audiosignal niedriger Frequenz hat weniger Nulldurchgänge pro Sekunde, also ein kleineres Z , als ein Signal höherer Frequenz mit mehr Nulldurchgängen pro Sekunde, also höherem Z . In einem Musikstück folgt $Z(t)$ in etwa der Melodie.

Voss analysiert verschiedene Arten von Musik: Klassische Musik – darunter Johann Sebastian Bachs Brandenburgischen Konzerte – aber auch Jazz-, Blues- und Rock-Musik. Als Analyse-Objekte für Sprache (gesprochenes Wort) verwendet er Nachrichtensendungen und andere Ausstrahlungen von Rundfunksendern, bei denen gesprochen wird.

Voss zerlegt die Größen $V^2(t)$ und $Z(t)$ nach Fourier und erhält so die spektralen Dichten $S_{V^2}(f)$ und $S_Z(f)$ der Audioleistung $V^2(t)$ beziehungsweise Nulldurchgangsrate $Z(t)$. Als Ergebnis stellt er fest: (1) Die Dichte der Audioleistung $S_{V^2}(f)$ folgt in vielen Musikstücken und gesprochener Rede (in englischer Sprache) einem $1/f$ -Verlauf bis hinunter zu einer Frequenz von $5 \cdot 10^{-4}$ Hz. Das bedeutet, die Schwankungen der Audioleistung sind über alle Zeiten genau so korreliert wie das $1/f$ -Rauschen in elektronischen Bauelementen. (2) Die Frequenzfluktuationen in der Musik haben ebenfalls eine spektrale Dichte, die proportional zu $1/f$ abfällt. Der $1/f$ -Verlauf von $S_Z(f)$ wird bis hinunter zu einer Frequenz beobachtet, die dem Kehrwert der Dauer des Musikstücks entspricht. Die spektrale Dichte $S_Z(f)$ von gesprochenem Englisch dagegen besitzen eine charakteristische Korrelationszeit von etwa 0,1 s, der durchschnittlichen Zeitdauer einer Silbe.

Es ist sicher nicht unwichtig, auf den Unterschied zwischen $S_Z(f)$ und $S_V(f)$ hinzuweisen: $S_Z(f)$ ist die Fouriertransformierte der Nulldurchgangsrate $Z(t)$ des zu untersuchenden Signals – diese steht stellvertretend für dessen momentane Frequenz. In $S_Z(f)$ wird also berechnet, welche Harmonischen in den Fluktuationen der momentanen Frequenz des Signals verborgen sind. $S_V(f)$ dagegen ist die Fouriertransformierte des momentanen Spannungswertes $V(t)$ des Signals. In ihr wird berechnet, aus welchen Harmonischen sich die Fluktuationen der Spannung zusammensetzen.

Voss gibt im zweiten Teil seines Artikels Notenbeispiele an für drei kleine Musikstücke mit unterschiedlichen spektralen Dichten von Tonhöhe und Tondauer. In einem der Stücke sind diese Dichten frequenzunabhängig, im zweiten Stück folgen sie einem $1/f$ -Verlauf und im dritten einem $1/f^2$ -Verlauf. Musikstücke dieser Art, also Stücke mit weißer, $1/f$ - und $1/f^2$ -Musik, wurden, so berichtet Voss, an verschiedenen Orten einem Publikum von mehreren hundert Personen vorgespielt. Dabei hätten die meisten Hörer die $1/f$ -Musik bei Weitem interessanter empfunden als die beiden Alternativen „weiß“ und „ $1/f^2$ “.

4. Eigene Experimente

4.1 Frühere Messungen

Richard F. Voss veröffentlichte seine Entdeckung 1976. Martin Gardner machte sie 1980 in einem Artikel im *Scientific American*³ einem breiteren Publikum zugänglich. Diesen Artikel habe ich damals mit Interesse gelesen – und versucht, Voss' Experimente nachzuahmen. Natürlich mit bescheidenen Mitteln: Als Analog-Digital-Wandler wurde ein Fertigbaustein verwendet, das *FFT* (Fast Fourier Transform)-Programm selbst geschrieben. Einzelheiten dieser ersten Versuche (in den 90er-Jahren) sind im Laufe der Zeit verloren gegangen. Es waren Messungen der spektralen Dichten $S_V(f)$ und $S_{V^2}(f)$.

Immerhin haben einige Computer-Ausdrucke überlebt, unter ihnen Spektren mit Beispielen für die hier diskutierten Arten von Rauschen. Abbildung 1 zeigt die spektrale Dichte $S_V(f)$ des Stroms durch einen in Sperrrichtung gepolten pn -Übergang – ein Beispiel für weißes Rauschen. In

Abbildung 2 ist das Spektrum von $1/f$ -Rauschen dargestellt. Dazu wurde ein mit „Rosa Rauschen“ bezeichnetes Stück einer Audio-Test-CD abgespielt. „Rosa Rauschen“ ist der in der Audiotechnik übliche Ausdruck für das $1/f$ -Rauschen. Das dritte Beispiel, Abbildung 3, zeigt das Spektrum von Meeresbrandung bei nicht zu starkem Wind. Es fällt von 1 kHz bis etwa 6 kHz umgekehrt proportional zu f^2 ab, entspricht in diesem Frequenzbereich also Brownschem Rauschen. Warum das Brandungsspektrum einen $1/f^2$ -Verlauf zeigt, ist mir unklar. Das Brandungsruschen wurde mit einem Kassettenrekorder aufgenommen – möglich ist, dass dessen Frequenzgang eine Rolle spielte.

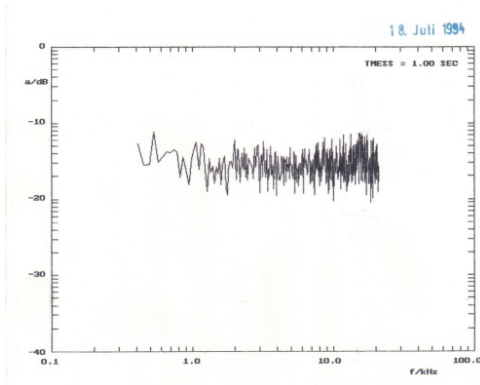


Abbildung 1 Rauschen des Sperrstroms durch die Basis-Emitter-Diode (pn-Übergang) eines Transistors (BC 547). Beispiel für »Weißes« Rauschen.

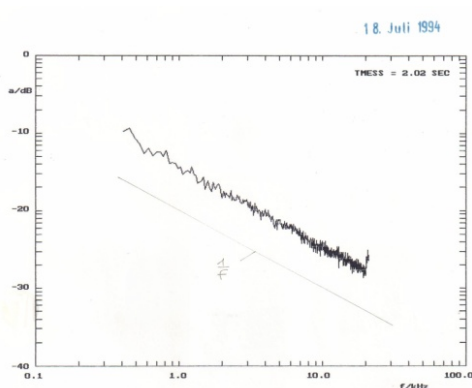


Abbildung 2 $1/f$ -Rauschen, abgespielt von einer Test-CD. In der Audiotechnik auch »Rosa« Rauschen genannt.

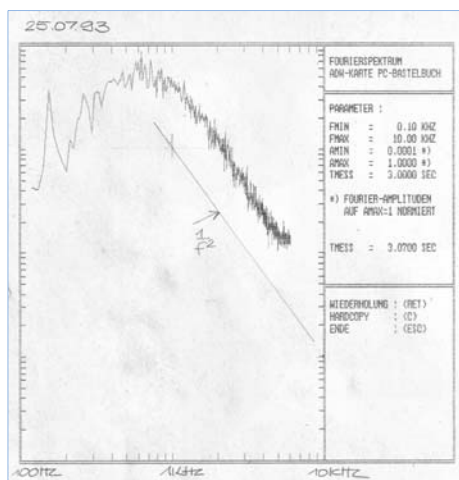


Abbildung 3 Rauschen der Meeresbrandung, aufgenommen mit einem Kassettenrekorder: für $f > 1$ kHz ein Beispiel für »Brownsches« ($1/f^2$) Rauschen.

Beispiele für damals gemessene spektrale Dichten $S_V^2(f)$ zeigen Abbildungen 4 und 5. Dazu musste aus der NF -Spannung $V(t)$ eine Größe proportional zu $V^2(t)$ abgeleitet werden. Das geschah mit

Hilfe einer Ge-Diode und einem nachgeschalteten Tiefpass. In Abbildung 4 ist das $1/f$ -Verhalten von $S_V^2(f)$ im Fall klassischer Musik bis hinunter zu 0,01 Hz gut zu erkennen. Auch die Aufzeichnung einer Rundfunksendung, in der vorwiegend gesprochen wird (Abbildung 5), zeigt ein $1/f$ - Leistungsspektrum – mit einer möglichen Abflachung unterhalb von 0,2 Hz.

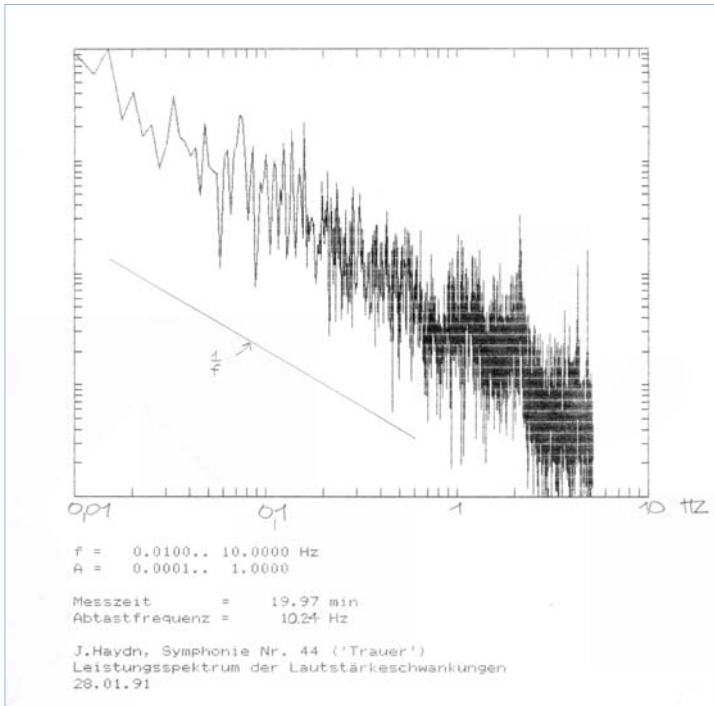


Abbildung 4 Spektrale Dichte $S_V^2(f)$ der Audioleistung (Lautstärke) von klassischer Musik (J. Haydn, Symphonie Nr. 44, Satz 1): ein $1/f$ -Verlauf bis hinunter zu 0,01 Hz.

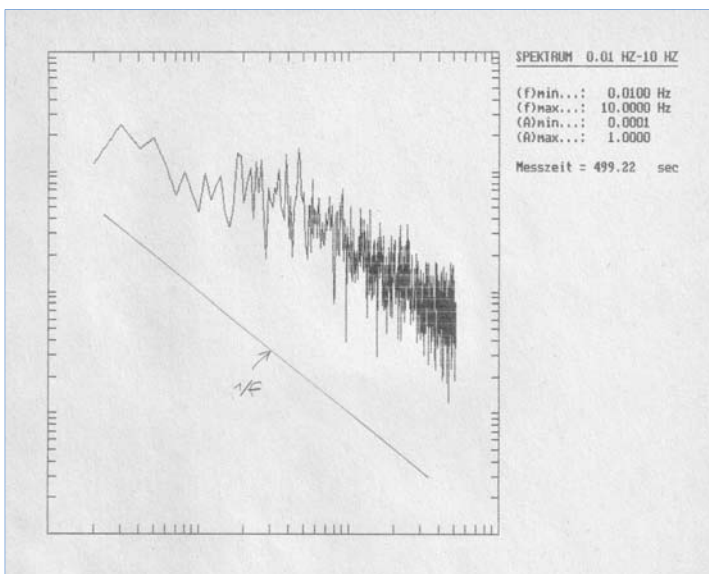


Abbildung 5 Spektrale Dichte $S_V^2(f)$ der Audioleistung (Lautstärke) einer Rundfunksendung, in der (vorwiegend) gesprochen wurde: ein $1/f$ -Verlauf mit der Andeutung einer Abflachung unterhalb 0,2 Hz.

Soweit der Rückblick auf meine früheren Messungen. Fazit: Schon damals war es möglich, die spektrale Dichte $S_V^2(f)$ zu messen und das $1/f$ -Rauschen von Musik und Sprache zu beobachten. Die Dichte $S_Z(f)$ der Frequenzfluktuationen habe ich allerdings nicht gemessen.

4.2 Aktuelle Messungen, Vergleich mit den früher gemessenen Daten

Aktuell benutze ich zur Aufnahme von Spektren ein kommerzielles *PC*-Oszilloskop⁴ und Software, die schnelle Fouriertransformationen (*FFTs*) mit einer großen Anzahl von Frequenzklassen erlaubt. Ich benutze maximal $2^{18} = 262144$ Klassen. Mit diesem Equipment habe ich meine früheren Experimente wiederholt. Zunächst ging es darum, die damaligen mit den heutigen Messungen zu vergleichen. Das Ergebnis zeigt Abbildung 6. Dargestellt ist dort die spektrale Dichte $S_V^2(f)$ der Audioleistung im ersten Brandenburgischen Konzert, 1. Satz – ein Mal aufgenommen mit dem „historischen“ Gerät (Abbildung 6a), das andere Mal mit dem aktuell benutzten *PC*-Oszilloskop (oberes, mit $S_V^2(f)$ bezeichnetes Diagramm in Abbildung 6b). Die Spektren stimmen, wie man unschwer feststellt, überein. Sie zeigen unterhalb von etwa 20 Hz denselben $1/f$ -Verlauf. Auch die Peaks bei ungefähr 2,5 und 5,4 Hz sind in beiden Darstellungen zu sehen. Sie kommen durch den ausgeprägten Rhythmus des Stücks zustande. Der in beiden Abbildungen gezeigte Verlauf von $S_V^2(f)$ stimmt im Übrigen auch mit dem Spektrum von Voss überein, der dasselbe Musikstück analysiert hat (Figur 3b) in¹). Die Tatsache, dass Voss das Signal mit Hilfe eines Schallplattengeräts erzeugte, ich hingegen einen *CD*-Player benutzte, spielt offenbar keine Rolle.

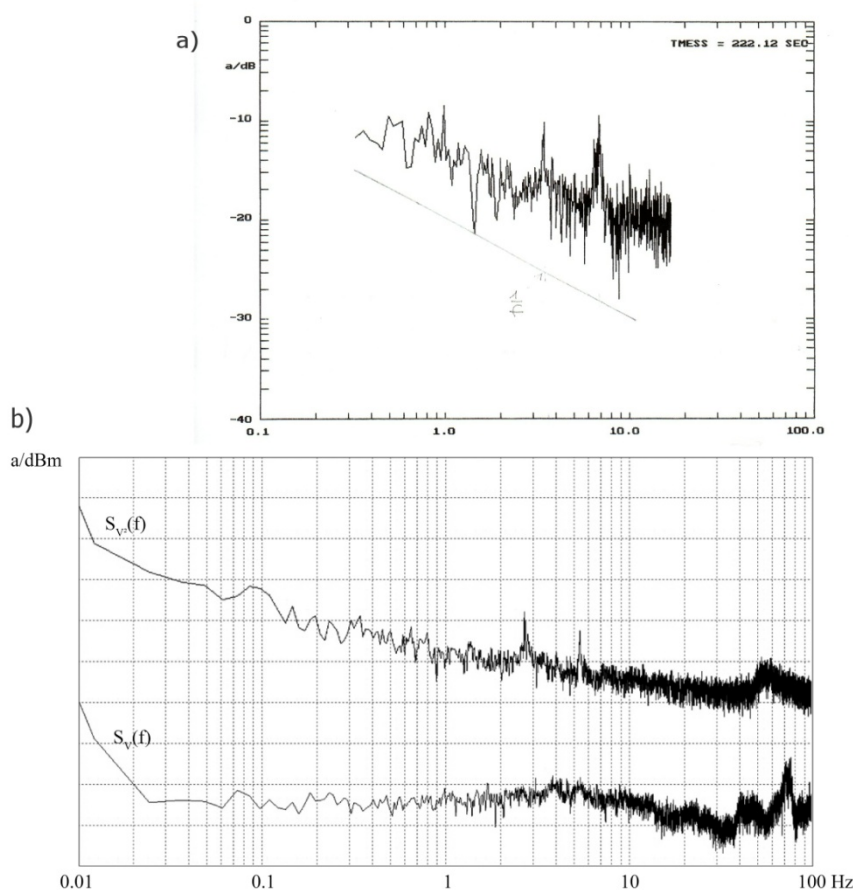


Abbildung 6 Spektralanalyse des Brandenburgischen Konzerts Nr. 1, erster Satz. Vergleich der früheren mit den aktuellen Messungen. Oben (a): Spektrale Dichte $S_V^2(f)$ der Audioleistung (Lautstärke), gemessen 1994. Unten (b): Spektrale Dichten $S_V^2(f)$ und $S_V(f)$, aktuelle Messung. Die Audioleistungsdichte $S_V^2(f)$ zeigt in beiden Fällen den charakteristischen $1/f$ -Verlauf. Auch die Peaks bei 2,5 und 5,4 Hz sind in beiden Darstellungen, etwas gegeneinander versetzt, zu sehen.

Das untere, mit $S_V(f)$ bezeichnete Diagramm in Abbildung 6b) zeigt das Spektrum des Audio-Signals $V(t)$. Es entspricht der Verteilung der im Musikstück vertretenen Frequenzen, also der Tonhöhen der einzelnen Noten. Wie erwartet, sind erst bei Frequenzen im Bereich mit dem Ohr hörbarer Töne Strukturen zu erkennen. Die deuten sich aber schon in der Nähe von 100 Hz an. Unterhalb von 10 Hz liegt „weißes“ Rauschen vor.

Bei Frequenzen oberhalb 100 Hz sollte sich $S_V(f)$ in einzelne Peaks auflösen, die den Noten von *F-Dur* entsprechen, der Tonart des 1. Satzes im Ersten Brandenburgischen Konzert. Das ist in der Tat

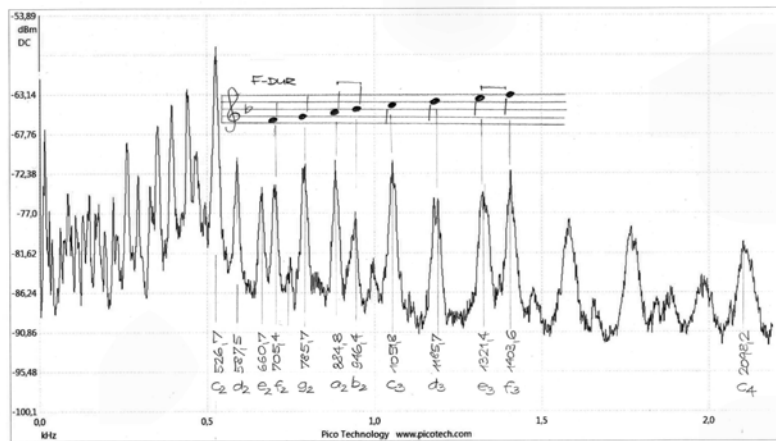


Abbildung 7 Spektrale Dichte $S_V(f)$ der Spannungsfluktuationen $V(t)$ im Brandenburgischen Konzert Nr.1, 1. Satz. Zwischen 705 und 1409 Hz ist eine Oktave der *F-Dur*-Tonleiter bezeichnet.

der Fall, wie Abbildung 7 zeigt. Zwischen etwa 700 Hz und 1,4 kHz sind die Peaks einer Oktave der *F-Dur* Tonleiter zugeordnet. Halbtonschritte sind deutlich zu erkennen.

4.3 Aktuelle Messungen von $S_V^2(f)$ - und der Versuch, $S_Z(f)$ zu messen

Mein kommerzielles *PC*-Oszilloskop wurde mit einer Software ausgeliefert, die nicht nur die *FFT*-Analyse vornimmt. Es besitzt zwei Eingänge *A* und *B* und kann nach der Digitalisierung der dort anliegenden Daten an diesen auch Rechenoperationen vornehmen. Zum Beispiel lassen sich A^2 oder $A \cdot B$ bilden. Möglich sind auch Zeitverschiebungen um eine vorzugebende Anzahl von Sekunden, $A[0,001]$ beispielsweise verzögert das Signal *A* um 1 Millisekunde. Schließlich lässt sich mit Hilfe von der Funktion *sign(A)* das Vorzeichen der momentan an *A* anliegenden Spannung bestimmen. Liegt beispielsweise an Kanal *A* das Audio-Signal $V(t)$ an, folgt aus der Rechenvorschrift A^2 die Audioleistung $V^2(t)$. Diese kann dann mit Hilfe der *FFT*-Routine nach Fourier analysiert werden und ergibt schließlich die hier interessierende spektrale Dichte $S_V^2(f)$. Die Bestimmung der Nulldurchgangsrate $Z(t)$ ist, soweit ich mit dem Rechenwerk des Oszilloskops vertraut bin, nur mit Einschränkungen möglich. Üblicherweise bestimmt man $Z(t)$, indem man in einem kleinen Zeitintervall Δt die Vorzeichenwechsel von $V(t)$ zählt – zum Beispiel mit Hilfe der Formel

$$(6) \quad Z(t) = \frac{1}{\Delta t} \sum_{\Delta t} |\text{sign}(V(t + \delta t) - \text{sign}(V(t)))| / 2 .$$

Der Term hinter dem Summenzeichen (der Summand) hat den Wert 1(Eins) genau dann, wenn die Spannungen im Zeitintervall zwischen t und $t + \delta t$ verschiedene Vorzeichen haben, anderenfalls ist er Null. Division durch Δt ergibt dann die Anzahl der Nulldurchgänge pro Sekunde (Einheit 1/s oder Hz). Da das Rechenwerk des Oszilloskops nur vergleichsweise kurze „Befehle“ zulässt, besteht meine Summe aus zwei Summanden⁵. $Z(t)$ kann deshalb nur die Werte 0, 1 und 2 pro ms annehmen. Die hier gemessene Größe $Z(t)$ ist also nicht die exakte, durch Gleichung (6) definierte Nulldurchgangsrate, sondern höchstens eine Näherung.

Das Ergebnis meiner (aktuellen) Messung an klassischer Musik zeigt Abbildung 8. Analysiert wurden, ähnlich wie bei Voss, die Brandenburgischen Konzerte (BWV 1046 – 1051) und Orchestersuiten (BWV 1066 – 1069) von J. S. Bach. Dargestellt sind die spektralen Dichten $S_V(f)$, $S_V^2(f)$ und die näherungsweise berechnete Dichte $S_Z(f)$ im Frequenzbereich zwischen 0,0001 und 10 Hz.

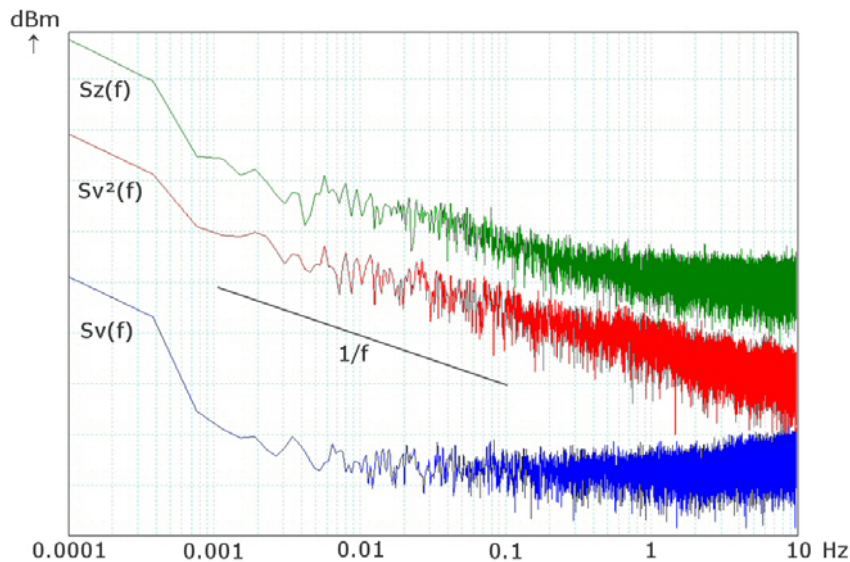


Abbildung 8 Spektralanalyse der Brandenburgischen Konzerte (BWV 1046 – 1051) und Orchestersuiten (BWV 1066 – 1069): Spektrale Dichten von $S_V(f)$, $S_V^2(f)$ und $S_Z(f)$ für Frequenzen zwischen 0.0001 und 10 Hz. $S_V(f)$: Spannungsfluktuation (blau), $S_V^2(f)$: Audioleistung (Lautstärke) (rot), $S_Z(f)$: Frequenzfluktuation (Melodie) (grün). $S_Z(f)$ wurde nur näherungsweise berechnet, siehe Text.

Die Verteilung $S_V(f)$ ist, wie erwartet, im hier dargestellten Frequenzbereich von der Frequenz unabhängig, entspricht also weißem Rauschen (blaue Kurve in Abbildung 8). Die beiden anderen Kurven (rot und grün in Abbildung 8) zeigen die Dichten $S_V^2(f)$ beziehungsweise $S_Z(f)$. Das Spektrum $S_V^2(f)$ der Audioleistung (Lautstärke) folgt dem $1/f$ -Verlauf – und zwar, wie auch von Voss¹ berichtet, bis hinunter zu etwa $5 \cdot 10^{-4}$ Hz. In meinem Fall ist das die kleinste Frequenz, für die das FFT-Programm einen Punkt berechnet. Der Frequenz $5 \cdot 10^{-4}$ Hz entsprechen Korrelationen über Zeiträume von etwa $1/2\pi \cdot 5 \cdot 10^{-4}$ Hz oder 5 min. Das Spektrum $S_Z(f)$ der nulldurchgangsrate

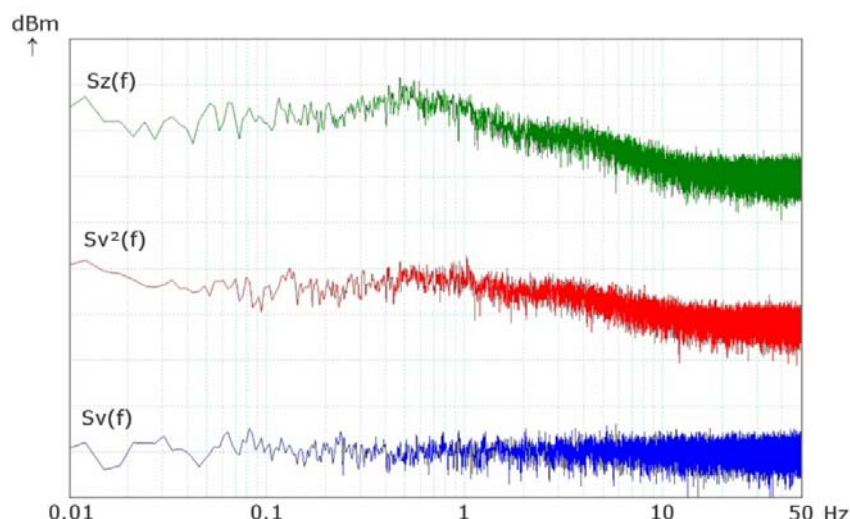


Abbildung 9 Spektralanalyse eines gesprochenen Textes (CD-Aufzeichnung des Hörbuchs: J. Meyerhoff „Alle Toten fliegen hoch – Amerika“). $S_V(f)$, $S_V^2(f)$ und $S_Z(f)$ wie in Abbildung 8. Im Gegensatz zur Musik deuten sich hier Plateaus mit abfallenden Flanken zu höheren Frequenzen hin an. Die Flanke bei 4 Hz in $S_V^2(f)$ und $S_Z(f)$ entspricht beispielsweise einer Korrelationszeit von etwa 0,04 s. Eine Zuordnung zu Zeitdauern von Sprachelementen (Lauten oder Silben z.B.) ist aber problematisch.

(berechnet in meiner Näherung) beginnt, von hohen Frequenzen kommend, bei etwa 1 Hz in den $1/f$ -Verlauf überzugehen. Es behält diese Steigung dann bis etwa $5 \cdot 10^{-4}$ Hz bei, also wie $S_V^2(f)$ bis hinunter zu der kleinsten mit der *FFT*-Routine bestimmten Frequenz. Da es unterhalb dieser Frequenz an *FFT*-Punkten fehlt, ist die Korrelationszeit von 5 min eine Abschätzung nach unten. Der Größenordnung nach entspricht sie der Dauer der analysierten Musikstücke.

Anders verhält es sich im Fall von Sprache. Voss analysiert Nachrichtensendungen und andere Ausstrahlungen von Rundfunkanstalten, bei denen gesprochen wird. Er stellt fest, dass die spektrale Dichte $S_V^2(f)$ der Audioleistung wie die der Musikstücke $1/f$ -verteilt ist – und zwar auch bis hinunter zu Frequenzen von etwa $5 \cdot 10^{-4}$ Hz (Figur 4d) in ¹). Die Dichte der Frequenz-Fluktuationen $S_Z(f)$ dagegen weist zwei ausgeprägte Plateaus auf, mit einem $1/f^2$ -Abfall nach höheren Frequenzen hin (Figur 5d) in ¹). Diesen Flanken ordnet er Korrelationszeiten zu: Eine vergleichsweise kurze von 0,1 s und eine längere von 100 s. Die kürzere entspricht nach Voss der mittleren Dauer eines Lauts der (englischen) Sprache, die längere der mittleren Dauer eines Sendbeitrags – also eines zusammenhängend gesprochenen Textes.

Für die eigenen Experimente habe ich *CD*-Aufzeichnungen von Hörbüchern benutzt, etwa J. Meyerhoffs⁶ „Alle Toten fliegen hoch – Amerika“. Abbildung 9 zeigt das Ergebnis. Dargestellt sind dieselben Größen $S_V(f)$, $S_V^2(f)$ und $S_Z(f)$ wie in Abbildung 8. $S_Z(f)$ wurde wiederum näherungsweise berechnet. Im Unterschied zu den Daten der Musikstücke deuten sich hier, und zwar in den Spektren $S_V^2(f)$ und $S_Z(f)$, tatsächlich Plateaus an. Aus der Lage der Plateauflanken kann man Korrelationszeiten bestimmen: Der Flanke bei 4 Hz in $S_V^2(f)$ und $S_Z(f)$ entspricht eine Korrelationszeit von 0,04 s, der Flanke bei 0,6 Hz in $S_Z(f)$ die Zeit 0,27 s. Eine Zuordnung zu Zeitdauern von Sprachelementen (Lauten, Silben etc.) ist aber problematisch. Die Werte 0,04 s und 0,27 s unterscheiden sich im Übrigen deutlich von denen, die Voss erhält.

5. Schlussbetrachtung

Wie erwartet, haben meine Experimente keine neuen Erkenntnisse zutage gefördert. Interessant waren sie trotzdem: Meine vor fast 30 Jahren gemessenen Daten wurden durch die aktuellen Messungen bestätigt. Unter gleichen Bedingungen ausgeführte Experimente erbringen unabhängig von Zeit (und Ort) die gleichen Ergebnisse. So ist es in der Regel. Warum Physiker sie trotzdem wiederholen und das auch noch interessant finden, ist unverständlich – mit anderen Worten eine „Macke“. Mehr ist dazu nicht zu sagen.

Anhang

Ein Beispiel für die Beziehung zwischen Korrelationszeit τ_c und Frequenz f , bei der die spektrale Dichte $S_V(f)$ von weißem Rauschen (unkorreliert) in $1/f^2$ -Rauschen (korreliert) übergeht: Im Text heißt es

$$(4) \quad S_V(f) = \left\{ \begin{array}{l} \text{unabhängig von } f \leftrightarrow V(t) \text{ unkorreliert} \\ \propto 1/f^2 \leftrightarrow V(t) \text{ korreliert} \end{array} \right\} \text{ für } \left\{ \begin{array}{l} f \ll 1/2\pi\tau_c \\ f \gg 1/2\pi\tau_c \end{array} \right\}$$

(Gleichungen nummeriert wie im Text), und als Beispiel für eine Korrelationsfunktion wird angegeben

$$(3) \quad \langle V(t)V(t+\tau) \rangle = \langle V^2 \rangle \exp(-|\tau|/\tau_c) .$$

In Abbildung (A1) ist diese Funktion dargestellt für drei verschiedene Korrelationszeiten $\tau_c = 0,0318$ s, 0,318 s und 3,18 s. Je kleiner τ_c , desto mehr nähert sich $\langle V(t)V(t+\tau) \rangle$ einer δ -Funktion an

bei $\tau = 0$. Aus den Korrelationsfunktionen mit den drei Werten für τ_c wurden nach

$$(2) \quad S_V(f) = 4 \int_0^{\infty} \langle V(t)V(t+\tau) \rangle \cos(2\pi f\tau) d\tau.$$

die zugehörigen spektralen Dichten berechnet. Sie sind in Abbildung (A2) dargestellt. Die Frequenzen $f = 1/2\pi \tau_c$ sind die Stellen, an denen die spektralen Dichte auf die Hälfte ihres Wertes für $f \rightarrow 0$ abgefallen ist („-3 dB-Frequenz“). Für $\tau_c = 0,0318$ s, $0,318$ s und $3,18$ s sind dies $f = 5,0$ Hz, $0,50$ Hz und $0,050$ Hz.

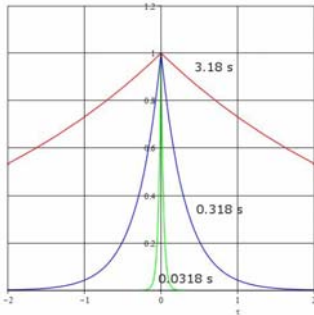


Abbildung A1: Korrelationsfunktionen nach Gleichung (3) für $\tau_c = 0,0318$ s, $0,318$ s und $3,18$ s.

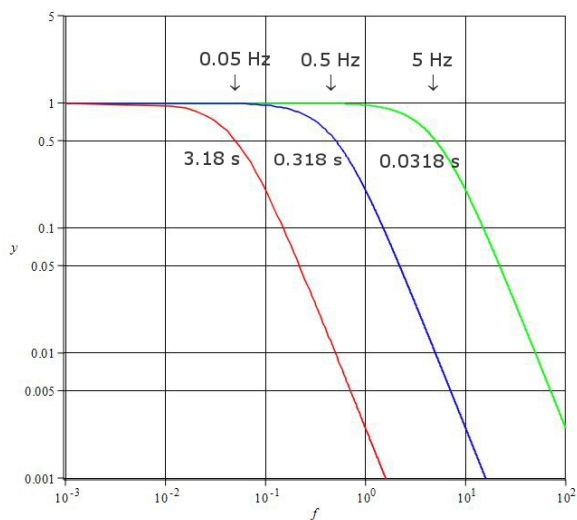


Abbildung A2: Spektralen Dichten $S_V(f)$, die nach Gleichung (2) aus den Korrelationsfunktionen in Abbildung (A1) folgen. Den Korrelationszeiten τ_c entsprechen in $S_V(f)$ die Frequenzen, bei denen die Dichte auf die Hälfte ihres Wertes für $f \rightarrow 0$ („-3dB-Frequenz“) abgefallen ist. Für $\tau_c = 0,0318$ s, $0,318$ s und $3,18$ s sind das die Frequenzen $5,0$ Hz, $0,5$ Hz und $0,05$ Hz. Generell gilt: Niedrige -3dB-Frequenzen bedeuten große Korrelationszeiten, hohe -3dB-Frequenzen kleine Korrelationszeiten.

Die Beziehung zwischen Korrelationszeit τ_c und -3 dB-Frequenz, die in den Abbildungen (A1) und (A2) zum Ausdruck kommt, gilt im Übrigen nicht für $1/f$ -Dichten. Eine $1/f$ -Dichte enthält nach van der Ziel² eine breite Verteilung von Korrelationszeiten – und zwar so, dass $V(t)$ korreliert ist für alle Zeiten, die dem Frequenzbereich entsprechen, in dem $V(t)$ das $1/f$ -Verhalten zeigt (siehe Text).

Anmerkungen und Literatur

¹ Richard F. Voss und John Clarke: $1/f$ noise in music: Music from $1/f$ noise, J. Acoust. Soc. Am. 63(1), Jan. 1978, p. 258

² Voss und Clarke¹ bemerken dazu: „The fact that $1/f$ noise contains a distribution of correlation times is discussed in Aldert van der Ziel, Physica 16, 359-372 (1950).”

³ Martin Gardner: Mathematische Spielereien – Weiße und brauen Melodien, Schachtelkurven und $1/f$ -Fluktuationen, Spektrum der Wissenschaft („Scientific American“), Juni 1980, S. 14

⁴ PicoScop 6, Typ 2208B: 100 MHz, 8 bits bei 10^9 Samples/s

⁵ Der Term

`(abs(sign(A[0.001])-sign(B[0])) + abs(sign(A[0.002])-sign(B[0.001]))) / 4,`

eingegeben als Rechenvorschrift für das PicoScope-Rechenwerk, liefert die Werte 0, 1 oder 2. Die Anzahl der nulldurchgänge im Zeitintervall [0; 0,002 s] kann also nur diese Werte annehmen.

⁶ Joachim Meyerhoff: „Alle Toten fliegen hoch – Amerika“. Autorisierte, gekürzte Lesefassung, vorgetragen vom Autor, 6 CD, Random House Audio.