

# Elektromagnetischer Schwingkreis ( $RLC$ -Serienkreis)

## 1. Einleitung

Beim Stöbern im Internet entdeckte ich die Anleitung für ein physikalisches Experiment – offenbar ein Versuch des Grundpraktikums Physik an der Universität Oldenburg<sup>1</sup>. Aufbau und Ausführung sollten kein Problem sein, ich mache mich dann auch sofort an die Arbeit: Untersucht werden soll ein elektromagnetischer  $RLC$ -Serienkreis mit einer Resonanzfrequenz von etwa 70 kHz. Zu messen sind zunächst die Abklingkonstante und die Eigenfrequenz der freien Schwingung, und dann, im Fall der erzwungenen Schwingung, die Amplitudenresonanz- und Phasenkurve. Der Kreis, bestehend aus Widerstand, Spule und Kondensator, wird auf einer Experimentierplatine (Hirschmann XP101) zusammengesteckt, das Oszilloskop an den  $PC$  angeschlossen und der Funktionsgenerator eingeschaltet. Als Oszilloskop benutze ich das  $USB$ -Oszilloskop PicoScope 2208B. Das Gerät besitzt einen *arbitrary wave generator* ( $AWG$ ), der als Funktionsgenerator dient.

## 2. Dämpfung

Abbildung 1 zeigt den Stromlaufplan der Anordnung, mit der die Eigenfrequenz und die Dämpfung des Schwingkreises untersucht werden sollen. Da es sich um einen Serienkreis handelt, sind die Bauelemente Widerstand (Widerstandswert  $R$ ), Spule (Induktivität  $L$ ) und Kondensator (Kapazität  $C$ ) und als Kette hintereinander geschaltet<sup>2</sup>. Der Funktionsgenerator ( $FG$ ) liefert Signale beliebiger

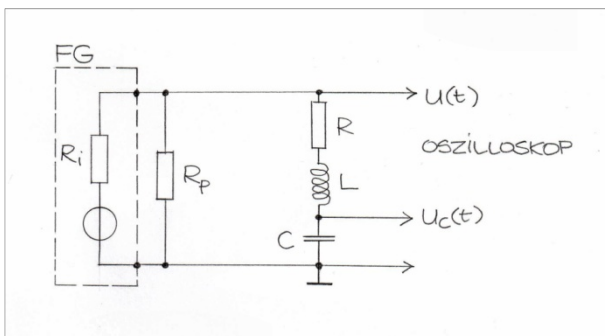


Abbildung 1 Serien- $RLC$ -Kreis, der durch das Signal eines Funktionsgenerators ( $FG$ ) angeregt wird. Aufbau wie in der zitierten Arbeit<sup>1</sup>. Beobachtet wird das Schwingungsverhalten des Kreises, indem die Spannung  $U_C(t)$  über dem Kondensator auf dem Schirm eines Oszilloskops dargestellt wird. Die am Kreis anliegende Spannung  $U(t)$  kann auf dieselbe Art sichtbar gemacht werden. Der Widerstand  $R_p$  parallel zu den Ausgangsklemmen des  $FG$  dient dazu,  $U(t)$  möglichst unabhängig von  $R$  zu machen.

Wellenform mit variabler Frequenz. Die Ankopplung an den Serienkreis ist nicht unproblematisch: Theoretisch betrachtet ist der  $FG$  die Reihenschaltung einer idealen Spannungsquelle und eines ohmschen Widerstands  $R_i$ , genannt Innenwiderstand. Das Problem besteht darin, dass der Innenwiderstand  $R_i$  in Reihe mit dem Widerstand  $R$  des Schwingkreises liegt und von vergleichbarer Größenordnung ( $R_i \approx 50 \Omega$ ) ist. Er trägt damit neben  $R$  wesentlich zur Dämpfung des Serienkreises bei. Diese soll aber aus messtechnischen Gründen möglichst nur von  $R$  abhängen. Um den Beitrag von  $R_i$  vernachlässigbar klein zu machen, greift man zu einem Trick: Man schaltet parallel zum Ausgang des  $FG$  einen Widerstand  $R_p$ , der klein gegenüber  $R_i$  ist ( $R_p \ll R_i$ ). Die Parallelschaltung von  $R_p$  und  $R_i$  hat dann einen Widerstandswert in der Nähe von  $R_p$ , und die Spannung  $U(t)$ , die am Serienkreis anliegt, ist weitgehend unabhängig von  $R$ . Ich wähle wie

vorgeschlagen<sup>1</sup>  $R_p = 1 \Omega$ . Die Amplitude des Ausgangssignals, das heißt die Spannung über  $R_p$ , ist jetzt zwar deutlich geringer als der am  $FG$  eingestellte Wert, reicht aber für die Messungen aus.

Zu messen ist die Abklingkonstante (Zeitkonstante)  $\tau$  der *freien* Schwingung als Funktion des Widerstands  $R$ . Im einfachsten Fall wäre das auch ohne den  $FG$  in Abbildung 1 möglich: man würde bei offenem Kreis den Kondensator aufladen, den Kreis dann schließen und vom Zeitpunkt des Schließens an die Spannung  $U_C(t)$  über dem Kondensator mit dem Oszilloskop messen. Der Nachteil ist, dass der Verlauf von  $U_C$  nur einmalig aufgezeichnet werden kann. In der Praxis wiederholt man deshalb das Aufladen des Kondensators periodisch und beobachtet die Schwingung mehrmals hintereinander. Dazu speist man den Kreis mit einer rechteckförmigen Spannung, deren Periode  $T = 1/f$  groß ist gegenüber der Abklingzeit  $\tau = 2L/R$  der Schwingung, so dass der Kondensator mit jedem Vorzeichenwechsel der Spannung umgeladen wird. Man triggert das Oszilloskop zum Zeitpunkt des Umladens und erzeugt so auf dem Schirm des Oszilloskops ein stehendes Bild des zeitlichen Verlaufs  $U_C(t)$  der Kondensatorspannung.

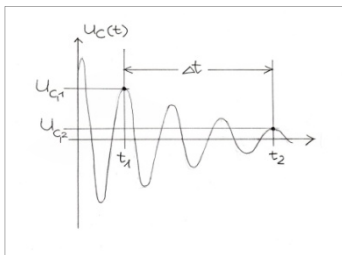


Abbildung 2 Ablesen der Spannungen  $U_{C,1}$  und  $U_{C,2}$  und des Zeitintervalls  $\Delta t$  in den Gleichungen (1) bis (3).

Die Abklingkonstante  $\tau$  wird aus dem Verlauf von  $U_C$  (Abbildung 2) wie folgt abgelesen: Seien  $U_{C,1}$  und  $U_{C,2}$  die Spannungen über dem Kondensator zu den Zeitpunkten  $t_1$  bzw.  $t_2$ , dann gilt

$$(1) \quad U_{C,1} = U_0 e^{-t_1/\tau} \quad \text{und} \quad U_{C,2} = U_0 e^{-t_2/\tau}.$$

Daraus folgt

$$(2) \quad \ln\left(\frac{U_{C,1}}{U_{C,2}}\right) = \frac{t_2 - t_1}{\tau} = \frac{\Delta t}{\tau},$$

und weiter

$$(3) \quad \tau = \frac{\Delta t}{\ln\left(\frac{U_{C,1}}{U_{C,2}}\right)}.$$

Die Messung der Zeitkonstanten wird an einem Kreis mit  $C = 330 \text{ pF}$  und  $L = 431 (\pm 5) \mu\text{H}$  vorgenommen<sup>3</sup> – wie in der Versuchsanleitung<sup>1</sup>) gefordert für zehn Widerstände  $R$ . Tabelle 1 zeigt

Tabelle 1 Zeitkonstante  $\tau$  in Abhängigkeit vom Widerstand  $R$ .

$R/\Omega$	$\tau/\mu\text{s}$
0	24,35
5	21,41
10	19,16
15	17,72
20	16,76
25	14,40
30	13,54

35	12,88
40	11,56
45	11,42
50	10,15

das Ergebnis. In Abbildung 3 sind die Messwerte von  $\tau$  als Funktion von  $R$  aufgetragen. Die ausgezogene schwarze Kurve ist der erwartete Verlauf der Messpunkte, gegeben durch<sup>4</sup>

$$(4) \quad \tau = \frac{2L}{R}$$

mit  $L = 431 \mu\text{H}$ . Es zeigt sich, dass er die gemessenen Daten in keiner Weise richtig wiedergibt.

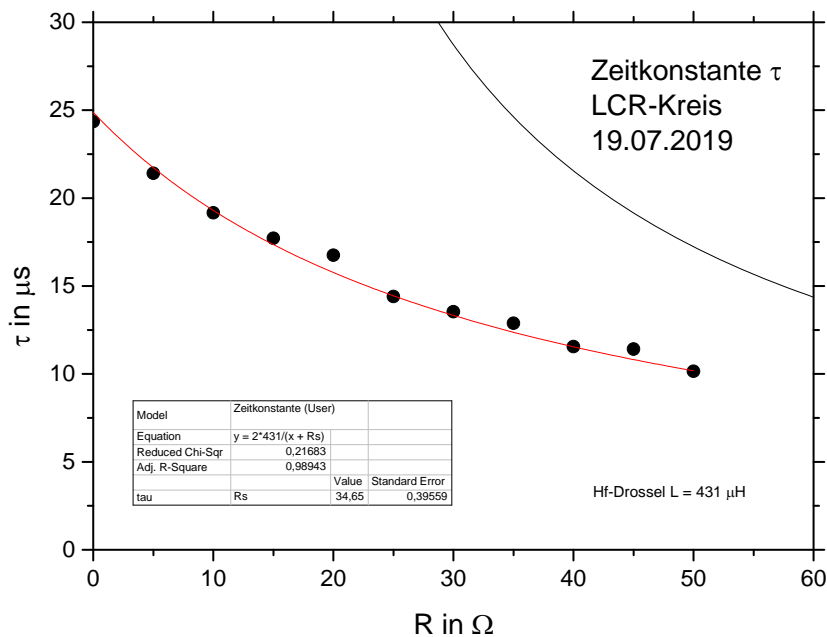


Abbildung 3 Zeitkonstante  $\tau$  der abklingenden freien Schwingung des RLC-Serienkreises mit  $L = 431 \mu\text{H}$  als Funktion des Dämpfungswiderstands  $R$ . Schwarze Kurve: theoretischer Verlauf nach Gleichung (4). Rot: beste Anpassung mit  $R_s = 34,65 \pm 0,40 \Omega$  als „Störwiderstand“, siehe Text.

Offenbar ist ein Widerstand  $R_s$  („Störwiderstand“)<sup>1</sup> in Reihe zu  $R$  zu denken (im Sinne eines Ersatzschaltbilds), der die Dämpfung des Kreises durch den ohmschen Widerstand der Spule und der übrigen Schaltung berücksichtigt. Der Widerstand  $R_s$  wird durch eine Anpassung der Gleichung

$$(5) \quad \tau = \frac{2L}{R + R_s}$$

an die Messpunkte bestimmt – mit  $R_s$  als Parameter. Setzt man  $L = 431 \mu\text{H}$ , wird daraus die Zahlenwertgleichung

$$\left( \frac{\tau}{\mu\text{s}} \right) = \frac{2 \cdot 431}{\left( \frac{R}{\Omega} \right) + \left( \frac{R_s}{\Omega} \right)}$$

Ausgedrückt in den Koordinaten  $x$  und  $y$ , ist also die Funktion  $y = 2 \cdot 431 / (x + R_S / \Omega)$  anzupassen (Kasten in der Abbildung 3). Die Anpassung ergibt  $R_S = 34,7 \pm 0,4 \Omega$ . Dieser Wert ist überraschend groß. Der ohmsche Widerstand der Spule wird nämlich mit  $R_{sp} = 7 \pm 1 \Omega$  angegeben. Der Ersatzwiderstand, der in Reihe zu  $R_{sp}$  zu denken ist und den Beitrag der Schaltung zur Dämpfung darstellt, beträgt demnach  $27,7 \Omega$ . Erklären lässt sich dieser große Wert vermutlich nicht.

### 3. Eigenkreisfrequenz

Die Versuchsanleitung<sup>1</sup> schreibt vor, die Frequenz  $f$  der freien (gedämpften) Schwingung als Funktion der Kapazität  $C$  des Kreises zu messen. Durch Multiplikation mit  $2\pi$  folgt aus  $f$  die (Kreis-)Frequenz  $\omega (= 2\pi f)$ . Der Schwingkreis soll neben der variablen Kapazität  $C$  aus der bisher verwandten Spule ( $L = 431 \mu\text{H}$ ,  $R_{sp} = 7 \Omega$ ) und einem Dämpfungswiderstand  $R = 10 \Omega$  bestehen. Die Messanordnung (Abbildung 1) ist dieselbe wie im Kapitel zuvor. Das heißt, es wird ein Rechtecksignal an den Kreis gelegt und der zeitliche Verlauf  $U_C(t)$  der Spannung über dem Kondensator mit Hilfe des Oszilloskops beobachtet. Der Wert der Kapazität  $C$  wird mit einem LCR-Meter gemessen, da die aufgedruckten Nennwerte große Toleranzen aufweisen. Zur Bestimmung

**Tabelle 2 Eigenfrequenz  $f$  ( $= 1/\text{Periodendauer } T$ ) und Eigenkreisfrequenz  $\omega$  ( $= 2\pi f$ ) der freien Schwingung in Abhängigkeit von der Kapazität  $C$  des Kondensators. Der Schwingkreis besteht aus einer Spule mit  $L = 431 \mu\text{H}$  ( $R_{sp} = 7 \Omega$ ), dem Kondensator  $C$  und einem Dämpfungswiderstand  $R = 10 \Omega$ .**

$C/nF$	$T/\mu s$	$f/kHz$	$\omega/kHz$
0,327	2,945	339,55	2133,5
0,445	3,085	324,14	2036,6
0,647	3,598	277,93	1746,2
0,839	4,078	245,21	1540,7
0,940	4,276	233,86	1469,4
1,587	5,416	184,63	1160,1
1,980	6,043	165,48	1039,7
4,530	9,122	109,62	688,79
10,84	13,71	72,902	458,05
15,37	16,30	61,349	385,47
19,68	18,88	52,957	332,74
24,21	20,86	47,922	301,10

der Frequenz  $f$  lesen wir die Dauer mehrerer Schwingungen vom Oszilloskop ab und teilen diese durch die Anzahl der Schwingungen. Tabelle 2 zeigt die Messdaten. Sie sind in Abbildung 4 als Punkte in ein Koordinatensystem eingetragen. Theoretisch erwartet man, dass die Punkte auf einer Kurve liegen, die durch

$$(6) \quad \omega = \sqrt{\omega_0^2 - \frac{R_{eff}^2}{4L^2}} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{(R + R_S)^2}{4L^2}}$$

mit  $L = 431 \mu\text{H}$ ,  $R = 10 \Omega$  und  $R_S = 34,7 \Omega$  gegeben ist ( $R_{eff} = R + R_S$ ). Die Zahlenwerte ergeben

$$\frac{\omega}{kHz} = \sqrt{\frac{10^9}{431 \cdot (C/nF)} - 2,689 \cdot 10^3} .$$

Diese Kurve ist in der Abbildung schwarz eingezeichnet. Sie weicht im Bereich kleiner Kapazitäten vom Verlauf der Punkte ab. Der Grund dafür sind Schaltungskapazitäten, die in Gleichung (6) nicht berücksichtigt werden. Wir nehmen an (wiederum im Sinne eines Ersatzschaltbilds), dass sie sich durch einen Kondensator  $C_S$  („Störkapazität“) parallel zu  $C$  darstellen lassen. Den Wert von  $C_S$  schätzen wir ab, indem wir an die Messpunkte eine Kurve

$$(7) \quad \frac{\omega}{\text{kHz}} = \sqrt{\frac{10^9}{431 \cdot \left( \frac{C}{\text{nF}} + \frac{C_S}{\text{nF}} \right)}} - 2,689 \cdot 10^3$$

mit  $C_S$  als Parameter anpassen. Der Best Fit ergibt  $C_S = 150 \pm 10$  pF. Dieser Wert ist von der Größenordnung, die man aufgrund der Verdrahtung (auf der Hirschmann-Experimentierplatine XP101) erwartet.

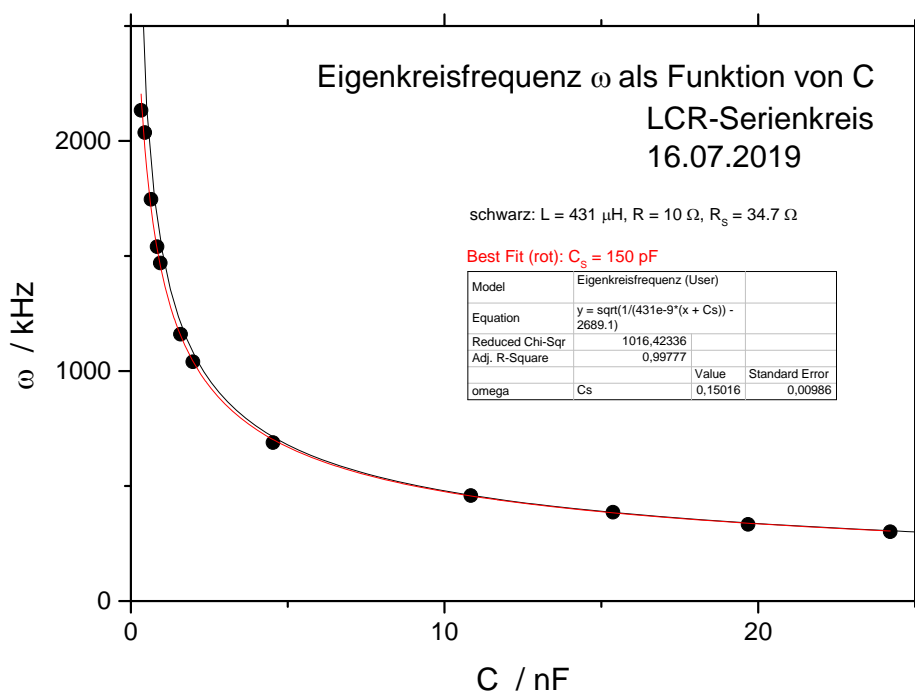


Abbildung 4 Eigenkreisfrequenz  $\omega$  der freien (gedämpften) Schwingung des LCR-Serienkreises als Funktion der Kapazität  $C$  des Kondensators. Der Kreis setzt sich zusammen aus dem Kondensator  $C$ , der Spule mit  $L = 431 \mu\text{H}$  und dem Dämpfungswiderstand  $R = 10 \Omega$ . Zum Dämpfungswiderstand ist der Ersatzwiderstand  $R_s = 34,7 \Omega$  der Schaltung hinzuzurechnen. Dieser Wert setzt sich zusammen aus dem ohmschen Widerstand der Spule ( $R_{sp} = 7 \Omega$ ) und dem Widerstand, der den Beitrag der übrigen Schaltung zur Dämpfung darstellt. Schwarze Kurve: theoretischer Verlauf nach Gleichung (7) mit  $R + R_s = 44.7 \Omega$ . Rot: Best Fit nach Gleichung (8) mit  $C_s/\text{nF}$  als Parameter.

#### 4. Amplitudenresonanzkurve

Im Folgenden geht es um *erzwungene* Schwingungen. Die bisher benutzte Anordnung (Abbildung 1) wird beibehalten, geändert wird nur die Form der Ausgangsspannung des  $FG$ . Der liefert jetzt ein Sinus- bzw. Kosinus-Signal  $U(t) \propto \cos(\omega t)$  mit einstellbarer (Kreis-)Frequenz  $\omega$ . Mit dieser Frequenz schwingt auch der Serienkreis. Gemessen werden soll die Amplitudenresonanzkurve des

Kreises bei unterschiedlich großen Dämpfungswiderständen  $R$ . Wir betrachten dazu, wie vorgeschlagen<sup>1</sup>, wiederum die Kondensatorspannung  $U_C(t)$ , die jetzt durch

$$(8) \quad U_C(t) = U_0 \cos(\omega t + \phi)$$

gegeben ist. Dabei ist  $\phi$  die Phasenverschiebung zwischen  $U_C(t)$  und der Spannung  $U(t)$ , die am Kreis anliegt.

Es ist die Amplitude  $U_0$  der erzwungenen Schwingung als Funktion der (Kreis-)Frequenz  $\omega$  zu messen. In dem zitierten Experiment<sup>1</sup> wird dabei von der Sweep- (oder Wobbel-)Funktion des dort benutzten *FG* Agilent Gebrauch gemacht. Der *AWG* unseres PicoScops besitzt ebenfalls eine Sweep-Einrichtung, so dass auch wir diesen Teil des Versuchs im Sinne der Anleitung<sup>1</sup> bestreiten können. Wir tun das auch, werden uns aber die Auswertung ersparen.

Im Sweep-Modus wird die Frequenz innerhalb einer geeigneten Zeitspanne  $\Delta t$  von einem Anfangswert  $f_a$  linear auf den Endwert  $f_e$  erhöht. Diese Dabei wird die Zeitablenkung des Oszilloskops so eingestellt, dass für einen Bilddurchlauf gerade die Zeit  $\Delta t$  benötigt wird – und die Ablenkung genau dann beginnt, wenn der *FG* mit der Anfangsfrequenz  $f_a$  startet.

Für den Parallelwiderstand  $R_p$  wählen wir wiederum  $1 \Omega$ , so dass die Amplitude der Anregungsspannung maximal etwa  $10 \text{ mV}$  beträgt. Der Serienkreis wird mit  $L = 431 \mu\text{H}$ ,  $C = 10 \text{ nF}$  (genau  $10,7 \pm 0,2 \text{ nF}$ ) und dem Dämpfungswiderstand  $R$  bestückt. Für  $R$  wählen wir, abweichend vom Vorschlag, die Werte  $0 \Omega$ ,  $5 \Omega$ ,  $10 \Omega$  und  $47 \Omega$ . Abbildung 5 zeigt die mit dem PicoScope aufgenommenen Resonanzkurven.

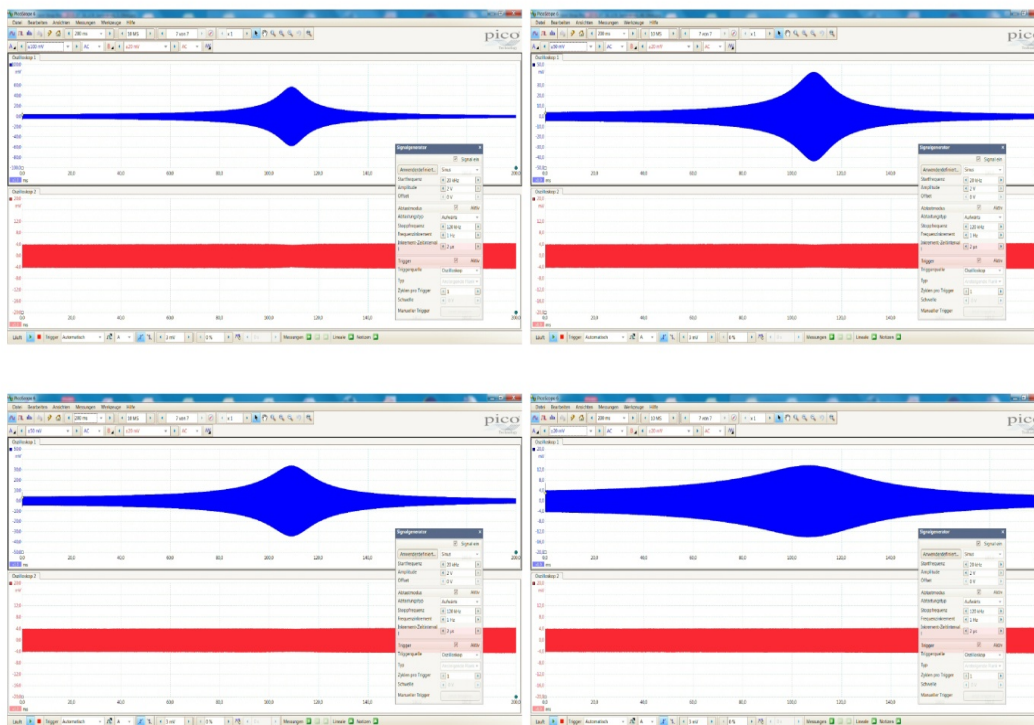


Abbildung 5 Amplitudenresonanzkurven des Serienkreises nach der Wobbel-Methode. Die eigentliche Resonanzkurve ist die Einhüllende (oben oder unten) der blauen Fläche, Erklärung siehe Versuchsanleitung<sup>1</sup>. Die rote Fläche (bzw. deren Einhüllenden) stellt die Frequenzabhängigkeit der Amplitude des Eingangssignals  $U(t)$  dar. Die Amplitude hat in der Nähe der Resonanzfrequenz eine kleine Delle. Der Kreis besteht aus der Spule  $L = 431 \mu\text{H}$ , dem Kondensator  $C = 10,7 \text{ nF}$  und dem Dämpfungswiderstand  $R$ . Oben links:  $R = 0 \Omega$ , oben rechts:  $5 \Omega$ , unten links:  $10 \Omega$  und unten rechts:  $47 \Omega$ .

Wir weichen an dieser Stelle, wie schon angedeutet, von der Versuchsanleitung<sup>1</sup> ab: Wir begnügen uns damit, festzustellen, dass die Breite der Resonanzkurve, wie erwartet, mit wachsenden Widerstand  $R$  zunimmt. Für  $R = 0 \Omega$  sollte die Breite minimal und damit die Güte  $Q$  des Kreises am größten sein. Diesen Fall wollen wir dann doch noch untersuchen. Die Güte  $Q$  lässt sich anhand der Resonanzkurve definieren als

$$(9) \quad Q = \frac{f_r}{B} ,$$

wobei  $f_r$  die Frequenz des Maximums und  $B$  die Halbwertsbreite der Kurve ist. Die Halbwertsbreite  $B$  ist die Breite der Kurve bei der Hälfte des Maximalwerts – aber nur dann, wenn die im Schwingkreis vorhandene oder vom Schwingkreis als ohmsche Wärme abgegebene Energie dargestellt wird. Dies trifft bei den Resonanzkurven in Abbildung 5 nicht zu. Hier ist die Amplitude (*nicht* die Energie) der Schwingung als Funktion der Anregungsfrequenz aufgetragen. Da diese proportional zur Wurzel aus der Energie ist, muss  $B$  hier beim  $1/\sqrt{2}$ -fachen Wert des Maximums abgelesen werden.

Im vorliegenden Fall lesen wir die Halbwertsbreite aus Abbildung 6 ab, einer gegenüber Abbildung 5 vergrößerten Darstellung der Amplitudenresonanzkurve für  $R = 0 \Omega$ . Da die Kurven mit Hilfe der Wobbelmethode erzeugt wurden, ist die horizontale Achse in Millisekunden (ms) geteilt. Eine Millisekunde entspricht einem Frequenzintervall von 0,5 kHz, der Nullpunkt liegt bei 20 kHz. Daraus ergibt sich als Frequenz des Maximums  $f_r = 74,6$  kHz und als Halbwertsbreite  $B = 6,1 \pm 0,2$  kHz. Nach Gleichung (9) folgt daraus  $Q = 12,2$ .

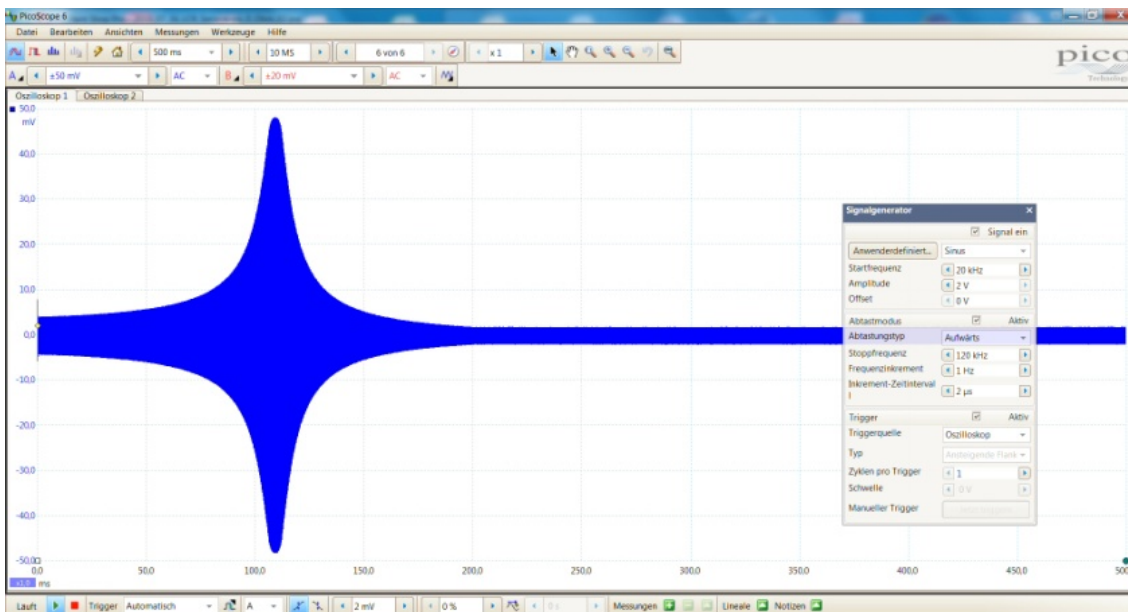


Abbildung 6 Vergrößerte Darstellung der Amplitudenresonanzkurve des Serienkreises mit  $L = 431 \mu\text{H}$ ,  $C = 10,7 \text{ nF}$  und  $R = 0 \Omega$  aus Abbildung 5. Die horizontale Achse ist in Millisekunden (ms) geteilt: 1 ms entspricht einem Frequenzintervall von 500 Hz, der Nullpunkt der Achse der Frequenz  $f = 20$  kHz. Mit dieser Eichung liegt das Maximum der Kurve bei  $f_r = 74.6$  kHz und die Breite bei der  $1/\sqrt{2}$ -fachen Höhe des Maximums beträgt etwa  $B = 6.1$  kHz. Als Güte folgt  $Q = 74.6/6.1 = 12.2$ .

Dieser  $Q$ -Wert ist zu vergleichen mit dem, der aus der Zeitkonstante  $\tau$  der freien, abklingenden Schwingung folgt. Für den gilt

$$(10) \quad Q = \omega_0 \frac{\tau}{2}$$

mit  $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ . Die für  $R = 0 \Omega$  gemessene Zeitkonstante beträgt etwa  $\tau = 25 \mu\text{s}$  (Abbildung 3). Da  $\omega_0 = 1/\sqrt{LC} = 466 \text{ kHz}$  ( $L = 431 \mu\text{H}$ ,  $C = 10 \text{ nF}$ ), erhält man  $Q = 5,7$ . Das heißt, nur die Größenordnung stimmt mit dem Wert  $Q = 12,2$  überein, der aus der Halbwertsbreite der Resonanzkurve folgt.

## 5. Phasenkurve

Wie vorgeschlagen, wird der Widerstand  $R_p$  auf ca.  $50 \Omega$  erhöht – Amplitudenänderungen bei Variation der Frequenz sind bei der Messung von Phasenverschiebungen unbedeutend. Die Amplitude der Spannung  $U(t)$  des  $FG$  stellen wir, wie bisher, auf etwa  $2 \text{ V}$  ein, und als Dämpfungswiderstand wird gewählt  $R = 47 \Omega$ . Die Spannungen  $U(t)$  des  $FG$  und  $U_C(t)$  über dem Kondensator werden gemeinsam auf dem Bildschirm des Oszilloskops dargestellt. Ihre zeitliche Verschiebung ist somit direkt ablesbar. Das Ergebnis zeigt Tabelle 3.

Tabelle 3 Phasenverschiebung  $\phi$  zwischen der Spannung  $U(t)$  des Erregers ( $FG$ ) und der Spannung  $U_C(t)$  über dem Kondensator des Serienkreises als Funktion der Erregerfrequenz  $f$ . Der Schwingkreis besteht aus einer Spule mit  $L = 431 \mu\text{H}$  ( $R_{sp} = 7 \Omega$ ), dem Kondensator  $C = 10 \text{ nF}$  und einem Dämpfungswiderstand  $R = 47 \Omega$ .

$f/\text{kHz}$	$\Delta t/\mu\text{s}$	$\phi/\text{grad}$	$\phi/\text{rad}$
20	0,76	-5,472	-0,0955
30	0,66	-7,128	-0,1244
40	0,88	-12,67	-0,2211
50	0,99	-17,82	-0,3110
60	1,21	-26,13	-0,4561
65	1,925	-45,04	-0,7861
70	2,640	-66,52	-1,1611
72	2,887	-74,83	-1,3060
74	3,274	-87,21	-1,5222
75	3,464	-93,52	-1,6323
76	3,571	-97,70	-1,7052
78	3,824	-107,37	-1,8741
80	4,073	-117,30	-2,0473
90	4,293	-139,09	-2,4276
100	4,400	-158,40	-2,7646
110	4,042	-160,06	-2,7936
120	3,767	-162,73	-2,8402

Die Phasenverschiebungen  $\phi$  der Tabelle 3 sind in Abbildung 7 als Funktion der Frequenz  $f$  dargestellt. Die schwarz ausgezogene Kurve stellt den theoretisch erwarteten Verlauf dar. Dieser ist gegeben durch

$$(11) \quad \phi = \arctan \left( \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{\frac{\omega R}{L}} \right) - \frac{\pi}{2}.$$

Dabei ist



$$(12) \quad \omega_0^2 = \frac{1}{L(C + C_S)}$$

$$\omega^2 = 4\pi^2 f^2$$

Mit den Werten  $L = 431 \mu\text{H}$ ,  $C = 10,7 \text{ nF}$ ,  $C_S = 0,15 \text{ nF}$  und  $R = 47 + 7 \Omega$  ( $R_{sp} = 7 \Omega$ ) erhält man aus (11) die Zahlenwertgleichung

$$(13) \quad \frac{\phi}{\text{rad}} = \arctan \left[ \frac{2,13842 \cdot 10^{11} - 39,478 \cdot 10^6 \cdot \left(\frac{f}{\text{kHz}}\right)^2}{7,8722 \cdot 10^8 \cdot \left(\frac{f}{\text{kHz}}\right)} \right] - 1,57080 \quad .$$

Die Messpunkte folgen dem theoretischen Verlauf recht gut. Die rote Kurve ist eine Anpassung mit einem Ausdruck vom Typ der Gleichung (11). Er enthält zwei Parameter  $A$  und  $B$  und ist gegeben durch

$$(14) \quad \frac{\phi}{\text{rad}} = \arctan \left( \frac{A - 39,478 \cdot 10^6 \cdot \left(\frac{f}{\text{kHz}}\right)^2}{B \cdot 2\pi \cdot 10^3 \cdot \left(\frac{f}{\text{kHz}}\right)} \right) - \frac{\pi}{2} \quad .$$

Die Best Fit-Werte sind  $A = 2,19844 \cdot 10^{11} \text{ kHz}^2$  und  $B = 1,2839 \cdot 10^5 \text{ kHz}$ . Aus  $A$  folgt als

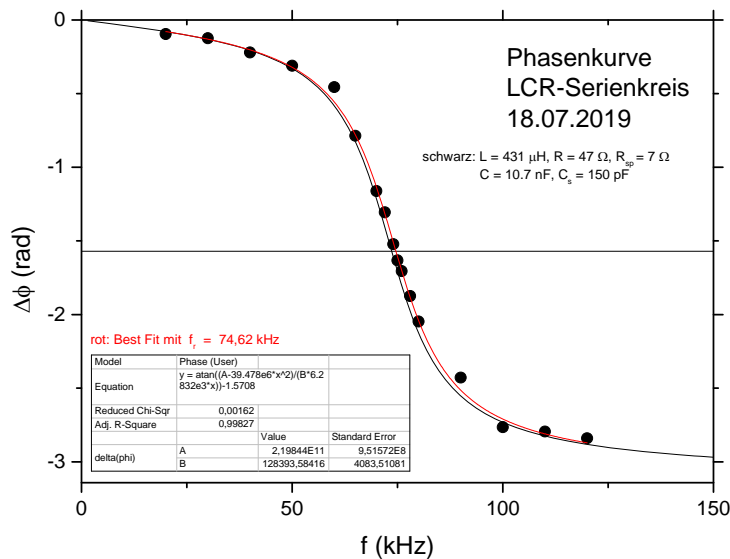


Abbildung 7 Phasenverschiebung  $\Delta\phi$  zwischen Erregerspannung und Spannung über dem Kondensator des Serienkreises nach Abbildung 1, aufgetragen als Funktion der Frequenz  $f$ . Schwarze Kurve: theoretisch erwarteter Verlauf nach Gleichung (11) bzw. (13), Parameterwerte in der Abbildung rechts unter dem Titel. Rot: Best Fit-Kurve nach Gleichung (14) des Textes.

Resonanzfrequenz  $f_r = (1/2\pi)\sqrt{A} = 74,6 \text{ kHz}$  und aus  $B$  der Dämpfungswiderstand  $R = B \cdot L = 55,3 \Omega$  ( $L = 431 \mu\text{H}$ ). Beide Werte stimmen mit den theoretisch erwarteten überein.

## 6. Ausblick

Die exzellente Versuchsanleitung<sup>1</sup> motiviert dazu, den Versuch sorgfältig und gewissenhaft durchzuführen. Bis auf die Tatsache, dass ich mir den Vergleich von Theorie und Experiment im Fall der Resonanzkurven erspart habe, ist das hoffentlich gelungen. Der vergleichsweise große Dämpfungs-Ersatzwiderstand („Störwiderstand“  $R_S$ ), der bei der freien Schwingung zur Anpassung an die gemessenen Daten benötigt wird, ist mir ein Rätsel. Ein systematischer Fehler?

Unbefriedigend ist, dass die  $Q$ -Werte, die man aus der Zeitkonstante  $\tau$  der freien Schwingung und der Halbwertsbreite  $B$  der Resonanzkurve bei der erzwungenen Schwingung berechnet, nicht übereinstimmen.

Dämpfungs-Ersatzwiderstand  $R_S$  und  $Q$ -Wert wären daher Größen, die noch genauer untersucht werden sollten – und zwar für unterschiedliche Spulen-Konstruktionen (Luftspule, Spule mit Cu-Draht, Spule mit HF-Litze, Spule mit einlagiger Wicklung, Kreuzwickelspule, Spule mit geradem Ferritkern, Spule auf Ringkern, ...). Ich vermute, dass  $R_S$  und  $Q$  auch von der Art der Spule und vom Material des Spulenkerns abhängen.

## Literatur und Anmerkungen

<sup>1</sup> Carl von Ossietzky Universität Oldenburg, Fakultät V – Institut für Physik, Modul Grundpraktikum Physik – Teil II: Elektromagnetischer Schwingkreis:  
[https://uol.de/fileadmin/user\\_upload/.../ag/.../Elektromagnetischer\\_Schwingkreis.pdf](https://uol.de/fileadmin/user_upload/.../ag/.../Elektromagnetischer_Schwingkreis.pdf)

<sup>2</sup> Der Einfachheit halber benutze ich die Formelsymbole  $R$ ,  $L$  und  $C$  sowohl für die Bauelemente als auch für deren Werte.

Die hier verwendeten Formelsymbole sind im Übrigen dieselben wie die in der zitierten Versuchsanleitung<sup>1</sup> – bis auf eine Ausnahme: das dortige  $R_2$  wird bei mir  $R$  genannt.

Es lässt sich kaum vermeiden, dass ich auch einige Formulierungen der Versuchsanleitung<sup>1</sup> wortwörtlich oder nur wenig abgeändert übernehme. Plagiat? – ich hoffe nicht.

<sup>3</sup> In der Versuchsanleitung<sup>1</sup> werden  $C = 0,3$  nF und  $L \approx 470$   $\mu$ H vorgeschlagen.

<sup>4</sup> Die Theorie zum Experiment wird in der Versuchsanleitung<sup>1</sup> ausführlich und gut dargestellt. Es wäre nicht sinnvoll, sie hier nochmals auszubreiten.