

1. Warum rauscht die Meeresschnecke?

Wir halten eine Meeresschnecke ans Ohr. Am Strand glaubt man das Meer rauschen zu hören, ansonsten, so sagt man, nimmt man das Rauschen des Blutes wahr. Ist das richtig? Im Übrigen rauschen auch Gebilde, die, wie die Schecke, Hohlräume mit möglichst harten Wänden bilden. Die Kaffeetasse zum Beispiel, oder unsere Hände, wenn wir sie zu einer Art Schale formen und vor das Ohr halten.

Die Schnecke (und ihre Hohlkörper-Artgenossen) rauschen, indem sie dem gleichförmigen Geräusch der Umgebung einen Teil der Schallenergie entziehen und diese in der Nähe von Frequenzen bündeln, für die unser Ohr sehr empfindlich ist. Mit anderen Worten: Rauschenergie wird in das Frequenzfenster unseres Ohres verschoben und erhöht dort das Signal-zu-Rausch-Verhältnis der Lautstärkeschwankungen. Das erklärt das Rauschen am Meeresstrand: Brandung und Wind liefern die Geräuschkulisse, die Schnecke filtert für das Ohr passende Frequenzen heraus. Generell rauscht die Schnecke nur dann, wenn auch die Umgebung rauscht. Im schalltoten Raum fehlt die Geräuschkulisse, hier verstummt die Schecke. Das Rauschen des eigenen Blutes wird vom Körper absorbiert, dringt nicht nach draußen. Man hört also in jedem Fall das durch Frequenzselektion verstärkte Umgebungsrauschen.

2. Experiment

Damit stellt sich die Frage, welche Frequenzen denn eine Schnecke aus dem Rauschen herausfiltert. Dazu unser Experiment: Wir begeben uns mitsamt Schnecke in eine geräuschvolle Umgebung, halten ein Mikrophon vor die Öffnung des Gehäuses und lassen das vom Mikrophon aufgenommene Signal nach Frequenzen sortieren. Die aus dem Rauschen herausgefilterten Frequenzen machen sich im nach Frequenzen sortierten Signal (Spektrum) als kleine Buckel (Peaks) bemerkbar. Es sind die Frequenzen der Schwingungsmoden oder Eigenschwingungen, die sich in der Schnecke anregen lassen. Aus der Verteilung dieser (Eigen-)Frequenzen gewinnt man Aussagen über die geometrische Struktur des Hohlraums, in dem sich diese Schwingungsmoden ausbreiten.

Unsere Geräuschkulisse liefert ein Rauschgenerator, dessen Ausgangssignal, geeignet verstärkt, eine Lautsprechermembran in Schwingungen versetzt. Die Schnecke befindet sich im Abstand von einigen Zentimetern vor dem Lautsprecher. Den Abstand machen wir möglichst groß, und zwar so groß, dass die Peaks im Frequenzspektrum noch zweifelsfrei zu sehen sind. Wir minimalisieren

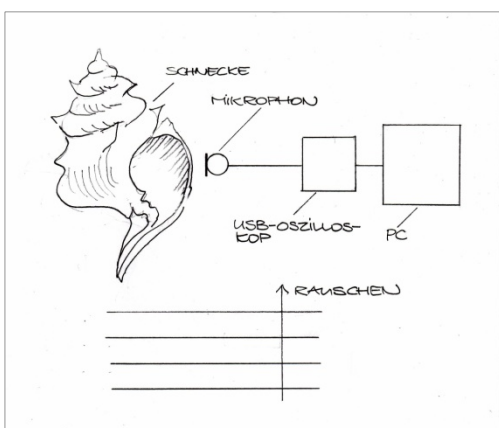


Abbildung 1 Versuchsanordnung. Das Rauschen liefert ein Lautsprecher, der an einen Rauschgenerator angeschlossen ist.

damit die akustische Kopplung zwischen Lautsprecher (Sender) und Schnecke (Empfänger). Denn die von der Schnecke aus dem Rauschen herausgefilterten Schwingungsmoden sollten nicht durch die direkte Strahlung des Lautsprechers zugedeckt werden. Das Mikrofon ist ein einfaches Elektret-Kondensatormikrofon mit eingebautem Vorverstärker. Zur Darstellung des Frequenzspektrums benötigt man einen Analog-Digital-Wandler (ADW) und einen PC mit einer Software (Computerprogramm), die das digitalisierte Mikrophonsignal nach Fourier analysiert. Als ADW kann man die Soundkarte des Computers oder ein USB-Oszilloskop benutzen. Die Software, in der Regel ein FFT-Programm (FFT = Fast-Fourier-Transformation), ist frei zugänglich. Abbildung 1 zeigt das Schema der Versuchsanordnung.

Der Generator erzeugt weißes Rauschen, das heißt, sein Frequenzspektrum ist im hier interessierenden Bereich von 0 bis etwa 4,5 kHz praktisch flach (Abbildung 2). Drei Schnecken

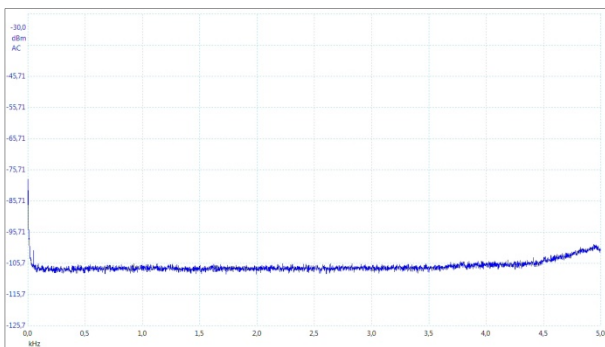


Abbildung 2 Spektrum des Rauschgenerators

werden untersucht. Abbildung 3 zeigt ein Foto der Versuchsobjekte. Sie werden im Folgenden zwecks eindeutiger Zuordnung, auf dem Foto von links nach rechts liegend, „Graue“, „Weiße“, und „Rote“ Schnecke genannt. Die zugehörigen Frequenzspektren sind in Abbildungen 4, 5 und 6



Abbildung 3 Untersuchte Schneckengehäuse. Von links: Graue Schnecke, weiße Schnecke und rote Schnecke.

dargestellt. Zu den Spektren ist zu bemerken, dass sich die Peaks der Eigenschwingungen aus den genannten Gründen (nicht zu starke Kopplung zwischen Lautsprecher und Schnecke) nur wenig vom

Tabelle 1 Ergebnis der Messung der Eigenfrequenzen. Die Frequenzen für die weiße Schnecke sind Mittelwerte aus mehreren Messungen

	Weißer Schnecke	Rote Schnecke	Graue Schnecke
n	f_n / kHz	f_n / kHz	f_n / kHz
1	$0,657 \pm 0,003$	$1,025 \pm 0,011$	$0,908 \pm 0,025$
2	$1,354 \pm 0,002$	$1,959 \pm 0,025$	$1,783 \pm 0,020$
3	$2,110 \pm 0,020$	$3,208 \pm 0,025$	$2,67 \pm 0,05$
4	$2,798 \pm 0,055$	$4,385 \pm 0,042$	$3,50 \pm 0,04$
5	$3,575 \pm 0,016$		$4,43 \pm 0,05$
6	$4,292 \pm 0,055$		

Untergrund abheben. Die aus den Spektren abgelesenen Eigenfrequenzen sind in Tabelle 1 zusammengefasst.

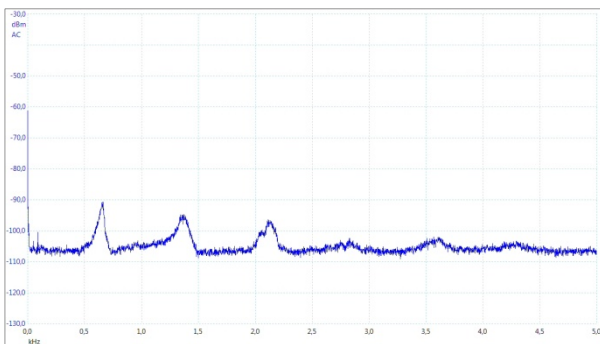


Abbildung 4 Weiße Schnecke: Spektrum der aus dem Rauschen herausgefilterten Frequenzen.

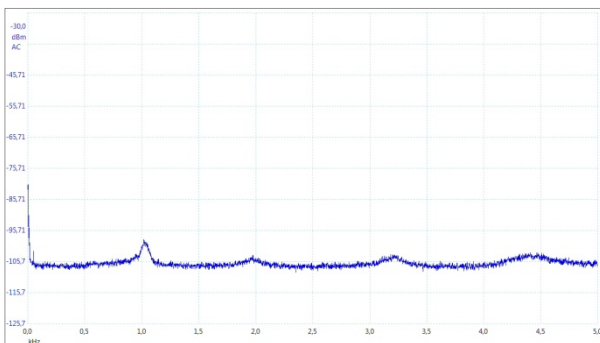


Abbildung 5 Rote Schnecke: Spektrum

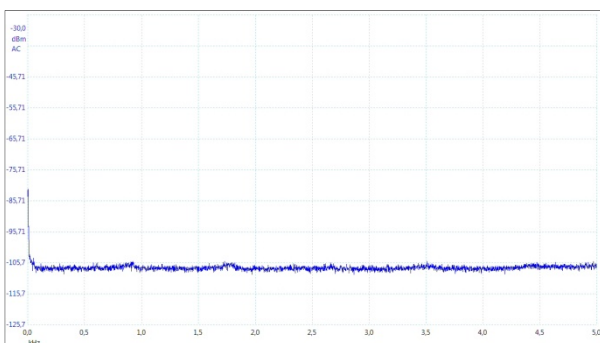


Abbildung 6 Graue Muschel: Spektrum

3. Auswertung

Die Tabelle der Eigenfrequenzen zeigt, dass diese in etwa gleichmäßig anwachsen. Bei der roten Schnecke z. B. haben die Oberwellen die 1,91-fache, 3,13-fache und 4,28-fache Frequenz der Grundschiwingung. Andererseits gibt es einen deutlichen Unterschied zu den ganzzahligen Vielfachen 2, 3, 4, ... der Harmonischen (Oktave, Quinte, Quarte usw.), die man im Spektrum der beidseitig offenen Pfeife beobachtet. Das ist keine Überraschung, Schnecke und Pfeife sind halt geometrisch nicht vergleichbar. Wir suchen also für unsere Schnecke ein anderes Modell als die Pfeife. Es bietet sich das Horn an, sozusagen eine gerade gebogene Schecke. Im einfachsten Fall ist es ein *konisches Horn*, ein Rohr von der Form eines abgestumpften Kegels, dessen schmales Ende geschlossen und dessen weites Ende offen ist. Es ist ein Standardmodell in der Akustik^{1,2} und lässt sich mathematisch durch zwei Parameter beschreiben. Einer der Parameter ist die Länge L ,

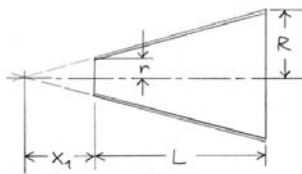


Abbildung 7 Bezeichnungen der Maße und Parameter des konischen Horns

der andere das Verhältnis x_1/L , wobei x_1 der Abstand des schmalen Endes vom Scheitelpunkt des Hornkonus bedeutet (Abbildung 7). Bezeichnet man die Radien des Horns am schmalen Ende mit r und am weiten Ende mit R , gilt

$$(1) \quad \frac{x_1}{L} = \frac{1}{\frac{R}{r} - 1} .$$

Die Eigenfrequenzen f_n des konischen Horns sind gegeben durch^{1,2}

$$(2) \quad \tan(kL) = -\frac{x_1}{L}(kL),$$

mit

$$(3) \quad k_n L = \frac{2\pi L f_n}{c}, \quad n = 1, 2, 3, \dots .$$

Dabei ist $k = 2\pi f/c$, wie üblich, die mit der Frequenz f verknüpfte Wellenzahl. Die Lösungen lassen sich graphisch veranschaulichen (Abbildung 8). Dazu trägt man die Funktion $\tan(kL)$ in

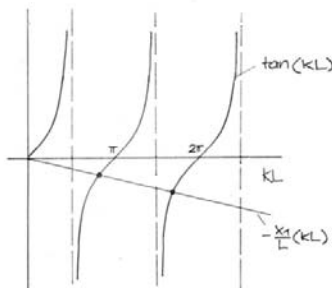


Abbildung 8 Lösungen der Gleichung $\tan(kL) = -(x_1/L)(kL)$

Abhängigkeit von kL auf und bestimmt deren Schnittpunkte mit der Geraden $-(x_1/L)(kL)$. Die Gerade geht durch den Nullpunkt und hat die Steigung $-(x_1/L)$. Für kleine n (und nicht zu große Steigungen x_1/L) liegen die Schnittpunkte etwas unterhalb der Nullstellen $\pi, 2\pi, 3\pi, \dots$ der Tangensfunktion, für große n in der Nähe der ungeradzahligen Vielfachen von $\pi/2$.

Da die Eigenfrequenz der Grundschiwingung durch den Schnittpunkt bei etwa π gegeben ist, lässt sie sich grob abschätzen durch

$$k_1 L \approx \pi,$$

also

$$L \approx \frac{\pi}{2\pi f_1 / c} = \frac{c}{2f_1}.$$

Damit folgt aus der Frequenz der Grundschiwingung ($n = 1$, Tabelle 1) eine grobe Schätzung für den Längenparameter: $L \approx 26$ cm, 17 cm und 19 cm für die weiße, rote bzw. graue Schnecke. Die tatsächlichen Werte sollten kleiner sein.

Zur Anpassung der Parameter L und x_1/L ist Gleichung (2) für viele Kombinationen dieser Parameter zu lösen. Diese Aufgabe übernimmt das Computeralgebra-System Maple. Wir gehen wie folgt vor: Zunächst wandeln wir die gemessenen Eigenfrequenzen (Tabelle 1) gemäß $k_n = 2\pi f_n / c$ in die entsprechenden Werte von k_n um. Dann lassen wir Maple für einen sinnvollen Parameterwert x_1/L und die experimentell gegebenen k_n Gleichung (2) nach L auflösen. Das ergibt für jede Schnecke eine Reihe von Werten für L – genau so viele wie in Tabelle 1 als Eigenfrequenzen aufgeführt sind. Für diese Werte werden Mittelwert $mw(L)$ und Standardabweichung $SD(L)$ berechnet und notiert. Danach wiederholen wir die Rechnung für

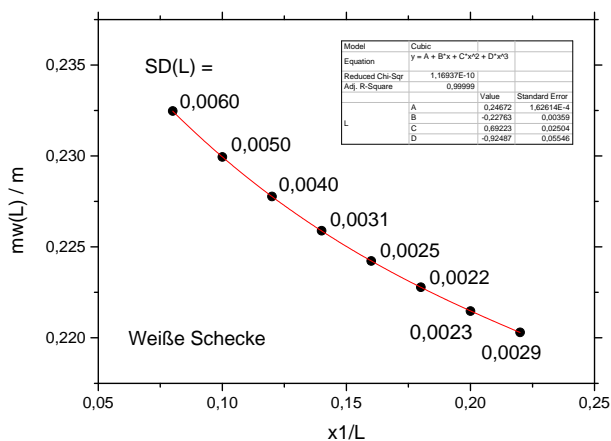


Abbildung 9 Anpassung der Parameter x_1/L und L an die gemessenen Eigenfrequenzen der weißen Schnecke. Mittelwert $mw(L)$ des Längenparameters L für vorgegebene Werte von x_1/L . Neben dem Punkt ist die jeweilige Standardabweichung $SD(L)$ des Mittelwertes notiert. Das Wertepaar $(x_1/L, L)$ mit der kleinsten Standardabweichung entspricht der besten Anpassung. Durch Interpolation erhält man $L = 22,28$ cm und $x_1/L = 0,186$.

andere Parameterwerte x_1/L , und zwar solange, bis ein Minimum der Standardabweichung erkennbar ist. Das Wertepaar $(x_1/L, mw(L))$ im Minimum der Standardabweichung $SD(L)$ stellt die beste Anpassung an die gemessenen Eigenfrequenzen f_n dar. In Abbildung 9 sind die berechneten Wertepaare $(x_1/L, mw(L))$ als Punkte in ein Koordinatensystem eingetragen, zusammen mit den

entsprechenden Standardabweichungen $SD(L)$. Das Minimum von $SD(L)$ ermittelt man durch Interpolation. Die so erhaltenen Parameter sind in Tabelle 2 aufgeführt.

Tabelle 2 Ergebnisse der Anpassung der Parameter L und x_1/L des konischen Horns an die experimentell ermittelten Eigenfrequenzen (Tabelle 1) der Schnecken. Die Fehler entsprechen der einfachen Standardabweichung vom Mittelwert.

	Weißer Schnecke	Rote Schnecke	Graue Schnecke
L	$22,28 \pm 0,22$ cm	$14,42 \pm 0,50$ cm	$19,07 \pm 0,26$ cm
x_1/L	$0,186 \pm 0,028$	$0,215 \pm 0,050$	$0,136 \pm 0,136$

Die angegebenen Fehler entsprechen der einfachen Standardabweichung vom Mittelwert. Sie geben die Güte der Anpassung von x_1/L und L an die Messdaten wieder. Der Längenparameter L ist, wie bei allen Pfeifen und Hörnern, die *effektive* Länge (geometrische Länge plus Endkorrektur³). Die Werte in Tabelle 2 stimmen mit der geschätzten Windungslänge der Schnecken überein. Wie zu erwarten, lässt sich der Parameters x_1/L weniger gut anpassen.

Abbildung 10 zeigt das bereits in Abbildung 4 gezeigte Spektrum der weißen Muschel, dieses Mal mit den Lagen der Eigenfrequenzen für die best-fit Parameter $L = 22,28$ cm und $x_1/L = 0,186$.

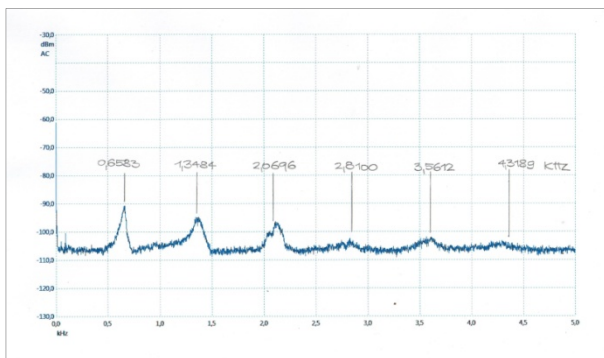


Abbildung 10 Spektrum der weißen Muschel mit den Eigenfrequenzen, berechnet mit den best-fit Werten $L = 22,28$ cm und $x_1/L = 0,186$ (Tabelle 2).

Die Abbildung zeigt, dass sich die Parameter recht gut an die experimentellen Daten anpassen lassen. Das konische Horn kommt damit als Modell für das akustische Verhalten der Meeresschnecke infrage.

Literatur

- ¹ Webster, A. G., *Acoustical Impedance, and the Theory of Horns and of the Phonograph*, Proc. Nat. Acad. Sci (USA) 5, S. 275-282 (1919)
- ² Einen Überblick über das gesamte Gebiet der Akustik findet man z. B. in: Kuttruff, H., *Acoustics – An Introduction*, Taylor and Francis, London und New York, 2007
- ³ Levine, H. und Schwinger, J., *On the Radiation of Sound from an Unflanged Pipe*, Phys. Rev. 73, S. 383 – 406 (1948)